

# UNA PROPUESTA DE CREDITMETRICS Y EXPECTED SHORTFALL PARA MEDICIÓN DE RIESGO CREDITICIO

*Andrés Mora Valencia\**

## Resumen

Este artículo presenta un método sencillo que combina la metodología de CreditMetrics junto con la medida de Expected Shortfall para cuantificar riesgo crediticio. Se presenta un ejemplo para un bono y portafolio de dos bonos. Puesto que CreditMetrics se basa en VAR y ésta es una medida no coherente al riesgo, se propone el uso de una medida que sí es coherente. La ventaja de utilizar Expected Shortfall como medida de riesgo es que elimina el problema de no subaditividad del VAR, pero en términos regulatorios se necesita mayor capital para cubrir las potenciales pérdidas, esto por definición de la medida de riesgo Expected Shortfall.

## Abstract

This paper presents a simple method to quantify credit risk. The idea is to combine the CreditMetrics methodology with the Expected Shortfall risk measure. We apply this method for a stand-alone bond and a portfolio of two bonds. Due to the fact that CreditMetrics is based on VAR risk measure and this measure is no coherent, it is proposed the use of a coherent risk measure. Expected Shortfall solves the problem of non-subadditivity property of VAR but by definition Expected Shortfall is in general greater than VAR.

## Palabras clave

CreditMetrics, VAR, Expected Shortfall.

## Keywords

CreditMetrics, VAR, Expected Shortfall

**JEL:** G13, G21, C10.

---

\* Profesor investigador del Colegio de Estudios Superiores de Administración – CESA. Correo Electrónico: amora@cesa.edu.co. Teléfono: 3395300 ext. 1202.

\*\* Agradecimientos: El autor agradece las valiosas sugerencias y recomendaciones de los evaluadores anónimos que ayudaron significativamente a mejorar la versión previa de este artículo.

Este documento contiene un avance sobre la investigación del autor en relación con las mediciones de riesgo. Recibido el 12 de julio de 2010 y aprobado el 10 de septiembre de 2010.

## Introducción

En los últimos años se ha prestado mucha atención a la medición y administración del riesgo de crédito debido principalmente al incremento de quiebras de los prestamistas lo que amerita un buen análisis de este tipo de riesgo. Un problema existente con los modelos de medición de riesgo crediticio es que el enfoque de los modelos de medición internos no son satisfactorios con el modelo regulatorio del Bank of International Settlements (BIS) implementado en 1993, en especial por los requerimientos de capital en préstamos. Sin embargo los modelos internos tienen la ventaja de evaluar mejor el riesgo de crédito de portafolios de préstamos y medir de manera óptima la cantidad de capital que un banco o una institución financiera debería mantener como parte de su estructura de capital.

En su carta circular 31 de 2002, la Superintendencia Bancaria (actualmente Superintendencia Financiera) requiere que las entidades financieras desarrollen un Sistema de Administración de Riesgo Crediticio (SARC), en el cual se debe evaluar, calificar y controlar los riesgos crediticios de una firma en Colombia.

La metodología interna de cada firma debe contemplar: (1) la estimación de la probabilidad de no pago, y (2) cuantificación de la pérdida esperada durante un horizonte de tiempo determinado. De este modo cada metodología debe tener en cuenta que las pérdidas esperadas aumentan en función del monto del crédito o exposición crediticia y de la probabilidad de deterioro asignada a cada activo y que las provisiones deben basarse en el cálculo de estas pérdidas esperadas.

Cada firma debe establecer sus propios métodos y criterios para llevar a cabo su respectiva evaluación, en especial las entidades financieras deben tener en cuenta la capacidad de pago del deudor y las garantías que respaldan la operación. Dentro de la capacidad de pago es importante tener en cuenta flujos de caja de tesorería, del deudor, del proyecto, como también el nivel de endeudamiento, contingencias del deudor, cali-

dad de sus cuentas del balance general, historia financiera y crediticia proveniente de una fuente relevante, número de reestructuraciones de crédito y el efecto de variables macroeconómicas (tasas de interés, crecimiento de los mercados, otros riesgos financieros, etc.). El proceso de implementación de la SARC constituye 3 fases, la cual la tercera consiste en el cálculo de las pérdidas esperadas aplicando una metodología que haya definido cada firma.

Durante la reciente crisis financiera se notó como las agencias calificadoras no actualizaron a tiempo sus modelos de crédito y la gerencia de importantes compañías como Standard & Poor's y Moody's desatendieron las advertencias de sus analistas acerca de la falencia de sus modelos. La razón de no haber cambiado a modelos de mejor calidad es que muy probablemente al bajar las calificaciones crediticias, las agencias hubieran obtenido menores ingresos (Risk April, 2010). Según artículo de Risk (October, 2009) el número de incumplimientos en Europa a finales del tercer trimestre de 2009 fue del 6.4% (mientras que en el tercer trimestre de 2008 fue de 0.7%) y en Estados Unidos fue del 12.9% (para el mismo trimestre en 2008 era de 2.8%). Entre otras cifras, a junio de 2009, Moody's bajó la calificación a 31 aseguradoras en un período de año y medio. La mayoría de los bancos internacionales han tenido que aumentar sus requerimientos de capital bajo Basilea II puesto que éstos poseen muchos tramos AAA de obligaciones de deuda collateralizadas y obligaciones de préstamos collateralizados (CDO y CLO respectivamente, por sus siglas en inglés), que en 2009 cerca del 91% de estos tramos de CDO fueron reducidos de calificación A y BBB. Mientras que alrededor del 72% de los tramos AAA de CLO fueron calificados A (Risk March, 2009). Otra preocupación existente es la reciente crisis de deuda soberana de algunos países de la zona euro. Es frecuente que al requerir un préstamo, la contraparte utilice como garantía deuda soberana emitida por su propio país. Sin embargo, los seguros contra la cesación de pagos (CDS, por sus siglas en inglés) de países como Portugal, Irlanda, Italia, Grecia y España se transaban en 331pb, 271pb, 185pb, 1,126pb y 266pb al cierre de 24 de junio de 2010, mientras que en agosto

28 de 2008 estaban en 38pb, 30pb, 40pb, 51pb y 38pb respectivamente (de acuerdo a Bloomberg), y se teme por un posible contagio a otros países. Por lo tanto la calidad crediticia de la contraparte (que usó deuda soberana como garantía) se deteriorará en la medida que la deuda sea peor calificada.

Por las razones anteriores se ve la necesidad de que los modelos de medición de riesgo crediticio tengan más en cuenta los eventos de cola que permitan cuantificar de manera adecuada los riesgos. En Colombia el 6% de las 151 calificaciones revisadas por la agencia BRC sufrieron cambios en el primer semestre de 2009, gracias a que el país ha resistido los efectos de la crisis financiera, sin embargo la economía colombiana no está totalmente blindada a estos eventos como se creía.

Este artículo es el resultado de un proyecto de investigación que mejora y adapta un trabajo final de especialización en matemáticas realizado por el autor en años atrás. Por lo tanto este documento se divide de la siguiente manera: en la primera sección se hace una revisión de modelos de medición de riesgo crediticio especialmente los estructurales, la segunda sección describe el cálculo de riesgo crediticio mediante la metodología de CreditMetrics. La tercera sección describe brevemente la medida de Expected Shortfall, que se usará junto con CreditMetrics en la cuarta sección. Finalmente la quinta sección concluye.

## **I. Revisión de algunos modelos de riesgo crediticio**

Esta sección comienza con una introducción a algunos conceptos de riesgo para luego describir algunos métodos estructurales de medición de riesgo de crédito. Algunas de las siguientes definiciones son tomadas de la circular externa 011 de 2002 de la Superintendencia Bancaria (actualmente Superintendencia Financiera).

### *Riesgo de Incumplimiento*

Se refiere a la probabilidad de que el interés o el principal de una deuda no sea

pagado en la fecha fijada y en la cantidad prometida (Ross, 2002). Surgieron entonces, las calificaciones de bonos para dar una información a los inversores en qué tipo de títulos invertir de acuerdo a su actitud al riesgo. La calificación de los bonos se usa mediante una mezcla de información pública y privada de cada firma. Esta información depende en gran parte de razones financieras que sirven para medir la capacidad del prestamista de pagar sus deudas y generar un flujo de caja estable y predecible. Generalmente, estas calificaciones son realizadas por entidades como Standard & Poor's (S&P) y Moody's.

De esta manera el riesgo de incumplimiento de una firma depende de dos variables: la capacidad de generar flujos de caja de la operación del negocio y de sus obligaciones financieras (Damodaran, 2002). La última variable es la que observa el poseedor de la deuda y estará interesado en recuperarla.

De acuerdo al riesgo, los bonos con baja calificación (alto riesgo) deberían tener mayores tasas de rendimiento que los de alta calificación (bajo riesgo), pues se necesita compensar de alguna manera el riesgo que se afronta. Esta diferencia puede variar dependiendo de la madurez del bono y de las condiciones económicas periodo a periodo. De esta forma la tasa de rendimiento del bono es una función de su riesgo de incumplimiento.

Mientras que riesgo crediticio se define como la posibilidad de que una firma incurra en pérdidas y se disminuya el valor de sus activos, como consecuencia de que sus deudores fallen en el cumplimiento oportuno o cumplan imperfectamente los términos acordados en los contratos de crédito.

### *Clasificación y Calificación de Riesgo Crediticio*

En cuanto a la clasificación de portafolio de crédito se conocen cuatro en Colombia: Vivienda, Consumo, Microcrédito y Comercial (crédito ordinario, preferencial y de tesorería).

El riesgo crediticio se califica de la siguiente manera:

Categoría A o "riesgo normal"  
 Categoría B o "riesgo aceptable"  
 Categoría C o "riesgo apreciable"  
 Categoría D o "riesgo significativo"  
 Categoría E o "riesgo de incobrabilidad"

#### Provisiones

En general, todas las firmas deben hacer una provisión específica, la cual debe basarse en la metodología desarrollada por ellas, reflejando la probabilidad de no pago y la pérdida esperada en caso de incumplimiento.

De esta manera si X es el monto de exposición al riesgo de crédito, P es la probabilidad de no pago y R es la tasa de recuperación de las garantías, la Provisión está dada por:

$$\text{Provisión} = P * X * (1 - R)$$

Donde (1 - R) es la Pérdida esperada del valor del activo. La tasa de recuperación está dada por el valor presente de los flujos de caja recibidos dividido entre los flujos de caja establecidos en el contrato.

#### Medición del Riesgo

Existen varias clases de medida de riesgo: volatilidad y medidas de pérdida en riesgo (De Lara, 2005).

Volatilidad: captura la variación alrededor del promedio de cualquier parámetro aleatorio o variable objetivo tanto de ganancias como de pérdidas. La volatilidad mide la dispersión alrededor de la media de un parámetro aleatorio como en este caso,

pérdidas por riesgo de crédito. En finanzas es común utilizar como medida de volatilidad la desviación estándar, y se calcula como la raíz cuadrada de la varianza de la variable aleatoria.

Medidas de pérdida en riesgo: se enfoca solo en las pérdidas, puesto que el riesgo se realiza solo cuando los retornos se desvían adversamente, mientras que la volatilidad captura tanto ganancias como pérdidas. Para este tipo de medidas se requiere la obtención de distribuciones de probabilidad de las variables objetivo (o de las potenciales pérdidas). El Valor en Riesgo (VAR), es un caso de medida de pérdida en riesgo.

#### Algunos enfoques estructurales

Varios textos tratan modelos de medición de riesgo crediticio entre ellos: Bluhm, Overbeck y Wagner (2010), Saunders (2002), Ong (1999), Lando (2004), Duffie y Singleton (2003), Bielecki y Rutkowski (2004) y los artículos encontrados en la página de defaultrisk.com. A continuación se describen brevemente algunos de los modelos denominados estructurales sin entrar en detalle en la teoría de las opciones financieras. Para más información de opciones financieras véase por ejemplo Hull (2008).

##### 1. Modelo de valoración de Merton

Merton (1974) notó que cuando un banco hace un préstamo, el pago del préstamo es isomorfo a suscribir una opción put sobre los activos de la firma que pide prestado. En la siguiente tabla se muestra comparativamente esta relación:

**TABLA I**

Precio del mercado $\geq$ precio de ejercicio	Precio del mercado $\leq$ precio de ejercicio
Suscriptor se guarda el premio de la opción *	Suscriptor incurrirá en pérdidas**
Firma paga deuda y se queda con el excedente	Firma no puede pagar la deuda
Valor mercado de activo $\geq$ Valor deuda	Valor de mercado de activo $\leq$ Valor deuda

\* Puesto que está obligado aceptar cuando el otro ejerce el contrato

\*\* El poseedor de la acción no ejerce el contrato

## 2. Modelo KMV

El modelo toma el punto de vista del dueño del equity de la firma deudora. De este modo se puede ver la posición del valor de mercado del dueño del equity (E),

isomorfo a poseer una posición call sobre los activos de la firma (A). Para más detalles ver Crosbie y Bohn (2002).

**TABLA 2**

Opción en	Precio de mercado (S) > Precio de ejercicio (X)	Precio de mercado < Precio de ejercicio
<b>Acción</b>	Ejerce la opción, hace ganancias (S-X)	No ejerce la opción y pierde la prima del contrato
<b>Poseedor del Equity</b>	Paga la deuda e incurre en E>0	El valor del equity es negativo (A<D)
<b>(paga deuda)</b>	Valor de mercado activos > Valor de la deuda (D)	Valor de mercado activos < Valor de la deuda (D)

Este modelo necesita del cálculo de la Frecuencia de Incumplimiento Esperado (EDF, por sus siglas en inglés) que se define como la probabilidad de que el valor de los activos de la firma caiga por debajo del valor de la deuda en un horizonte de tiempo. Entonces se necesitan tres elementos para determinar la probabilidad de incumplimiento de una firma:

1. Valor de mercado de los activos de la firma: esta es una medida del valor presente de los flujos libres de caja descontados a una tasa apropiada.
2. Incertidumbre o riesgo del valor del activo: esta es una medida del riesgo del negocio y de la industria de la firma.
3. Apalancamiento (cantidad de los pasivos contractuales): es el valor en libros de los pasivos relativo al valor del mercado de los activos.

El riesgo de incumplimiento de la firma incrementa a medida que el valor de los activos se aproxima al valor en libros de los pasivos, hasta que finalmente la firma cae en incumplimiento cuando el valor de mercado de los activos es insuficiente para repagar las deudas. A continuación se presentan algunas fortalezas y debilidades de estos modelos basados en valoración de opciones:

### Fortalezas

- Puede ser aplicado a cualquier compañía que cotice en bolsa.
- Debido a que se basa en datos del mercado accionario más que en valores contables, su capacidad es de proyección y no histórica lo que es mejor para un modelo de predicción.
- Fuerte base teórica enfocados en Teoría Moderna de Finanzas Corporativas y Opciones lo que los convierte en "modelos estructurales"

### Dificultades

- Dificil construcción de EDF si no se asume normalidad de los retornos de activos.
- EDF de firmas que no cotizan en bolsa pueden ser calculados solo usando datos contables.
- No distingue entre diferentes bonos de largo plazo de acuerdo a su garantía, convenios, convertibilidad.
- Es un modelo estático, en el modelo de valoración de Merton se asume que una vez que la firma fija su estructura de deuda, ésta no cambia.

## 3. Modelo Basados en VAR'

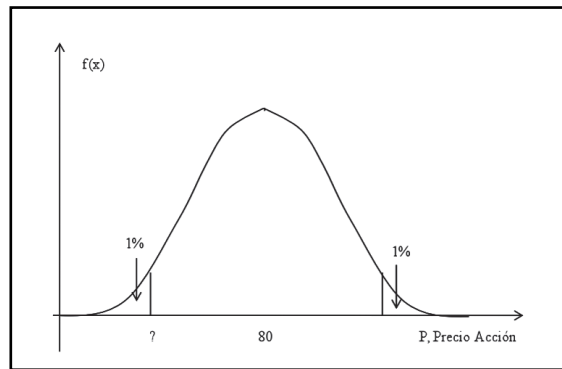
Los modelos VAR buscan medir

la máxima pérdida en valor de un activo o pasivo dado en un período de tiempo determinado a un nivel de confiabilidad. Los primeros modelos asumían que los retornos de los activos se distribuyen normalmente. A continuación se muestra un ejemplo para entender este concepto:

Ejemplo. (Tomado de Saunders, 2002)  
Suponga que un inversor posee una acción cuyo valor actual (en el tiempo  $t$ ) es \$80 mi-

llones y desviación estándar es \$10 millones. Se pregunta cuál será su VAR (máxima pérdida) si cree que el día siguiente ( $t+1$ ) será un mal día y su experiencia le indica que la probabilidad de que sea un mal día es del 1%. Entonces el Intervalo de Confianza es del 98% y la pregunta que responde VAR es cuál es la máxima pérdida esperada dado este nivel de confiabilidad, para ello se debe hallar el valor del activo al cuantil 1% como se muestra en la siguiente figura:

**GRÁFICO I**  
**REPRESENTACIÓN DEL VAR.**



El 98% de las observaciones de retorno caen entre  $+2.33$  y  $-2.33$  desviaciones estándar de la media para una función de probabilidad normal. De este modo hay 1% de probabilidad de que el precio de la acción caiga a \$56.7 millones o más. Por lo tanto el VAR del equity a un nivel de confiabilidad del 99% es \$23.3 millones ( $\$80 - \$56.7$ ). Para cualquier tipo de riesgo, si  $L$  es la Variable de posibles pérdidas y la distribución de pérdida está dada por  $FL(l) = P(L \leq l)$ , entonces  $VAR_{\alpha} = \inf \{l \in \mathbb{R}, P(L \geq l) < 1 - \alpha\}$ . Por esta razón, desde el punto de vista estadístico el VAR se define como el cuantil de una distribución de pérdidas.

Aplicar VAR a riesgo de crédito no es fácil, puesto que insumos del modelo son  $P$  y  $s$ , y como el valor del mercado del préstamo ( $P$ ) no es observable (ya que no

es transable) tampoco se tiene su volatilidad ( $s$ ). El supuesto de distribución normal para retornos de activos es bastante fuerte en la aproximación a una aplicación de la distribución de posibles valores para préstamos. Los préstamos presentan retornos truncados (hacia arriba) y grandes riesgos (hacia abajo). Por lo tanto hay asimetría en los retornos en un préstamo. En la segunda sección se verá un ejemplo de la metodología CreditMetrics que está basada en VAR.

#### 4. Comparación de los modelos

Trabajos realizados por Crouhy, Galai y Mark (2000), Gordy (2000) y Koyluoglu y Hickman (1998), realizan una buena comparación de los modelos, que a continuación se presentan en un cuadro resumen de com-

paración en seis dimensiones (definición de riesgo, factores de riesgo, volatilidad de eventos de riesgo, correlación de eventos de riesgo, tasas de recuperación y aproximación numérica). Bluhm et al. (2001) compara el modelo KMV con CreditRisk+ y encuentra que el primer modelo estima capital de riesgo de manera más conservadora. Márquez (2006) compara los modelos CreditMetrics, CreditRisk+ y CyRCE (Capitalización y Riesgo de Crédito). Este último modelo fue desarrollado en el Banco de México y es un modelo de incumplimiento donde el principal supuesto es que la distribución de pérdidas del portafolio puede ser caracterizada por su media y varianza.

En cuanto a definición de riesgo se refiere modelos basados en valores de mercado de préstamos llamados "Mark-to-Market (MTM)" o predicen las pérdidas de incumplimiento (DM). Con factores de riesgo se entiende los conducentes al riesgo de incumplimiento. Macrofactores como por ejemplo tasa de desempleo, entre otros factores macroeconómicos. La volatilidad de los eventos de crédito se refiere a si la probabilidad de incumplimiento se modela como un valor fijo basado en datos históricos o varía con respecto a nueva información. La tasa de recuperación es probable que aumente con la tasa de pérdida no esperada, de esta manera se vuelve volátil.

**TABLA 3**  
**COMPARACIÓN DE MODELOS ESTRUCTURALES.**

Características de comparación	CreditMetrics	Credit Portfolio View	CreditRisk +	KMV
Definición de riesgo	MTM	MTM o DM	DM	MTM o DM
Factores de riesgo	Valor de activos	Macrofactores	Tasas de incumplimiento esperados	Valor de activos
Volatilidad de eventos de riesgo	Constante	Variable	Variable	Variable
Correlación de eventos de crédito	Retornos de activos normales multivariados	Factor loadings	Supuesto de independencia o correlación con tasa de incumplimiento esperada	Retornos de activos normales multivariados
Tasas de recuperación	Aleatorio	Aleatorio	Constante en banda	Constante o aleatorio
Aproximación numérica	Simulación o analítica	Simulación	Analítica	Analítica

CreditMetrics fue creado por JP Morgan (1997). CreditRisk+ es autoría de Credit Suisse Financial Products (CSFP) (1997), Credit Portfolio View fue desarrollado McKinsey & Co (1997) y KMV fue creado en 1996.

Algunas limitaciones de estos modelos es que en el período de análisis, los factores de riesgo de mercado, tal como la tasa de interés se asumen determinísticos. El modelo CreditRisk + es uno de los más usados en el mundo financiero por ser un modelo actuarial. Una de las ventajas es que la función de distribución del portafolio de pérdidas puede ser obtenida de manera analítica sin recurrir a simulaciones Monte Carlo, sin embargo la relación de recursión

para calcular la distribución de pérdidas cuando el portafolio es muy grande puede volverse inestable. Gordy (2002) propone el uso de la aproximación "saddlepoint" para mejorar este problema, Giese (2003) basado en la función generadora de momentos de la distribución de factores de riesgo presenta una manera más confiable y estable de estimar la distribución de pérdidas. El último autor también presenta una forma analítica de calcular el expected shortfall para la distribución de pérdidas, objetivo de este artículo, pero aplicado a CreditMetrics.

Otro tipo de modelos no mencionados anteriormente, son los modelos basados en intensidad como el de Kamakura y el de Duffie y Singleton. Para más detalle

de estos modelos ver por ejemplo Lando (2004), Duffie y Singleton (2003) y Schönbucher (2003). A continuación se enuncian las propiedades deseables que debe tener una medida de riesgo y se muestra que el VAR no siempre cumple una de estas propiedades.

### Medidas Coherentes de Riesgo

Una medida de riesgo  $\rho$ , debe cumplir cuatro propiedades deseables para ser coherente. Si alguna medida de riesgo no cumple con alguno de los axiomas, se obtendrán resultados paradójicos dando medidas no confiables. Estos axiomas son:

#### 1. Subaditividad

$$\rho(X+Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$$

Esta propiedad se refiere a la diversificación de riesgo de portafolio. El riesgo conformado por dos activos debe ser menor o igual que la suma de los riesgos de cada activo. El VAR es subaditivo en un mundo gaussiano, pero no en todos los casos.

#### 2. Monotonicidad

$$\text{Si } X \leq Y \implies \rho(X) \leq \rho(Y)$$

Si la pérdida del portafolio o el activo  $X$  es menor que  $Y$ , su riesgo no puede ser mayor.

#### 3. Homogeneidad

$$\lambda \geq 0 \implies \rho(\lambda X) \leq \lambda \rho(X)$$

Esta propiedad se refiere a lo que pasa con el riesgo cuando no hay diversificación, si por ejemplo se duplica la inversión en el activo, su riesgo también se duplica. Y por último:

#### 4. Invarianza Traslacional

$$\rho(X + \alpha) = \rho(X) - \alpha, \alpha \in \mathbb{R}$$

El riesgo se disminuye al adicionar una cantidad libre de riesgo.

Se verá un ejemplo sencillo de violación de subaditividad. Suponga una medida de riesgo dada por VAR85% (recordando la definición de VAR como la pérdida más pequeña que es mayor que un percentil pre-determinado de la distribución de pérdida, en este caso el percentil es 85%). Suponga 10 escenarios donde  $X_1$  y  $X_2$  representan las posibles pérdidas.

**TABLA 4**

**ESCENARIOS**

Escenario	$X_1$	$X_2$	$X_1+X_2$
1	0	0	0
2	0	0	0
3	0	0	0
4	0	0	0
5	0	0	0
6	0	0	0
7	0	0	0
8	0	0	0
9	0	1	1
10	1	0	1
VAR <sub>85%</sub>	0	0	1



En este caso se observa que VAR viola la propiedad de subaditividad, por lo tanto VAR no es una medida coherente de riesgo. La subaditividad es un axioma importante para los requerimientos de suficiencia de capital en supervisión bancaria. Suponga que un banco o una entidad financiera tiene varias divisiones, si el requerimiento de capital de cada división está dimensionado con su propio riesgo, el regulador debería estar confiado que también todo el capital del banco debería ser el adecuado. Esto no podría suceder si la medida adoptada viola el axioma de subaditividad, puesto que el riesgo de todo el banco podría ser mayor que la suma de los riesgos de las divisiones.

Aunque este documento no trata de la optimización de portafolios de crédito, la subaditividad también es importante para efectos de minimización de riesgo, puesto que este axioma da las propiedades de convexidad de la función de riesgo a ser minimizada y encontrar el portafolio (asignación de préstamos) óptimo que minimice el riesgo.

Una de las razones por la cual el VAR es no subaditivo es la alta asimetría que se presenta en las distribuciones de pérdidas, para este caso ver por ejemplo Albanese (1997) y Artzner et al. (1999). Las distribuciones de pérdida en riesgo crediticio son altamente asimétricas como se había mencionado anteriormente y al utilizar una medida basada en VAR para cálculo de riesgo puede llevar a resultados contradictorios como se vio en el ejemplo de violación de subaditividad. Por tal razón se estudia la medida de Expected Shortfall (ES) que sí es coherente y en épocas de crisis como la que recientemente sucedió, es más útil. Al comparar las dos medidas de riesgo, VAR responde a la pregunta qué tan mal pueden ser las pérdidas y ES responde a la pregunta cuánto es la pérdida esperada cuando las cosas van mal (Hull, 2007). Se han realizado varias críticas al VAR en época de crisis por no medir bien riesgos, entre ellas la caída del fondo de cobertura Long Term Capital Management – LTCM. Una de las primeras críticas realizadas al VAR tan pronto el Acuerdo de Basilea adoptó esta medida en sus regulaciones es

realizada por Danielsson et al. (2001). En su artículo los autores sugieren el uso de otras técnicas diferentes al VAR, como por ejemplo la teoría del valor extremo (EVT) cuando las distribuciones de pérdidas no son elípticas<sup>2</sup>. Un estudio reciente (Chavez-Demoulin y Embrechts, 2009) revisa la administración de riesgo crediticio desde el punto de vista de la teoría del valor extremo a la luz de la crisis subprime. Otra metodología que tiene en cuenta eventos extremos (generalmente resultante de crisis financieras/económicas) es Risk Dynamics into the Future (RDF) desarrollado por la consultora española AIS. Esta metodología también calcula medidas como VAR y ES, y ha sido aplicada en inversiones de portafolio crediticio. RDF también está diseñado para ejercicios de stresstesting soportado con herramientas matemáticas (análisis numérico para hallar la función de pérdidas dado por una integral de superficie), estadísticas (uso de matrices de varianzas-covarianzas, correlaciones, valores esperados) y econométricas (se utiliza un modelo VARMA para calcular todos los escenarios de stress). Más detalles de esta metodología se pueden encontrar en AIS (2009).

## 2. Cálculo del riesgo de crédito mediante CreditMetrics para portafolio de un bono

### CreditMetrics

Fue introducido en 1997 por J. P. Morgan, respondiendo a la pregunta cuánto puede perder un préstamo o portafolio de préstamos si el siguiente periodo (año) es malo. Basado en VAR se usa:

- Información disponible en calificación de crédito de la deuda.
- Probabilidad de que la calificación cambie en el tiempo (matriz de transición de calificación)
- Tasas de recuperación sobre préstamos en incumplimiento.
- Spreads de crédito y rendimientos de los mercados de bonos (préstamo)

Esta información es necesaria para cualquier valor de  $P$  y  $s$  (valor de mercado de préstamo y su volatilidad) ya que no son transables y por lo tanto no son observables.

<sup>2</sup>Se denominan distribuciones elípticas las simétricas, como la normal y la  $t$  de Student.

Ejemplo. (Tomado de CreditMetrics, Technical Document y Saunders, 2002)

Préstamo = \$100 millones  
 Plazo: 5 años  
 Tasa interés fija: 6% anual

Deudor es calificado BBB

### Paso I: Migración de calificación de crédito

Suponga que basado en datos históricos de préstamos, un analista de préstamos o de bonos (como por ejemplo Standard and

Poor's, Moodys, o cualquier otro), estima las probabilidades de que este deudor en el próximo año sea calificado igual, mejor o peor:

**TABLA 5**

Calificación	Probabilidad (%)
AAA	0.02
AA	0.33
A	5.95
BBB	86.93
BB	5.30
B	1.17
CCC	0.12
Incumplimiento	0.18

Como se observa en la Tabla N 5, la mayor probabilidad está en seguir calificado como BBB, y la suma de todos los eventos posibles totaliza el 100%.

Para construir la matriz de transición es necesario contar con una calificación inicial para cada tipo, es decir qué pasa si el deudor es calificado AAA, AA, etc.

**TABLA 6**

### MATRIZ DE TRANSICIÓN PARA EL DEUDOR

Calificación Inicial	Calificación en un año							
	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	Incumplimiento
AAA	90.81	8.33	0.68	0.02	0.12	0	0	0
AA	0.70	90.65	7.79	0.33	0.06	0.14	0.02	0
A	0.09	2.27	91.05	5.95	0.74	0.26	0.01	0.06
BBB	0.02	0.33	5.95	86.93	5.30	1.17	0.12	0.18
BB	0.03	0.14	0.67	5.30	80.53	8.84	1.00	1.06
B	0	0.11	0.24	1.17	6.48	83.46	4.07	5.20
CCC	0.22	0	0.22	0.12	2.38	11.24	64.86	19.79

Fuente Standard & Poor's CreditWeek (15 de abril de 1996),

**Paso 2: Valoración**

La razón para estimar las probabilidades de ser mejor o peor calificado es calcular el spread, en otras palabras el mínimo y máximo del valor de mercado (valor presente) de la deuda. Si el deudor es calificado peor, el riesgo crece y la prima por interés de crédito debe crecer y por lo tanto el valor

presente de la deuda cae. Lo contrario sucede si el deudor es calificado mejor.

Lo que primero se necesita son las curvas de cero-forward para cada categoría de calificación, y se usa esta curva para revalorar los flujos de caja remanente del bono.

Para el ejemplo el valor de mercado de la deuda se calcula como:

$$P = 6 + 6 / (1+r_1 + s_1) + 6 / (1+r_2 + s_2)^2 + 6 / (1+r_3 + s_3)^3 + 106 / (1+r_4 + s_4)^4$$

Donde  $r_i$  es la tasa libre de riesgo y  $s_i$  es el spread (en el periodo  $i$ ) en el crédito dependiendo de cómo el deudor sea calificado.

Suponga que se halla la Tabla N 7 con las curvas de cero-forward para cada calificación:

**TABLA 7**

Categoría	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4
AAA	3.60	4.17	4.73	5.12
AA	3.65	4.22	4.78	5.17
A	3.72	4.32	4.93	5.32
BBB	4.10	4.67	5.25	5.63
BB	5.55	6.02	6.78	7.27
B	6.05	7.02	8.03	8.52
CCC	15.05	15.02	14.03	13.52

Así si se quiere saber el valor del bono si el deudor es calificado de BBB a A:  
 $P = 6 + 6 / (1+3.72\% + 6 / (1+4.32\%)^2 + 6 / (1+4.93\%)^3 + 106 / (1+5.32\%)^4$   
 $P = 108.66$

De igual manera se hallan los siguientes valores de mercado de la deuda dependiendo de las otras calificaciones:

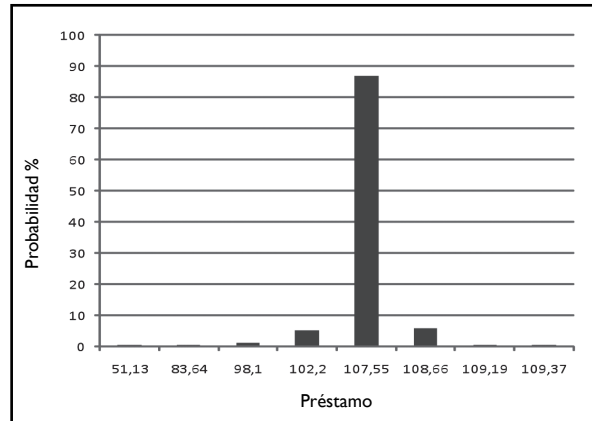
**TABLA 8**

Calificación	Valor de la deuda (millones de dólares)
AAA	109.37
AA	109.19
A	108.66
BBB	107.55
BB	102.20
B	98.10
CCC	83.64
Incumplimiento	51.13

La distribución de probabilidad de los valores presentes de los préstamos se encuentra a continuación, cuya media es \$107.08

## GRÁFICO 2

DISTRIBUCIÓN DE PÉRDIDAS DEL BONO CALIFICADO BBB.



Por lo general estas distribuciones son altamente sesgadas a la izquierda, debido a que las pérdidas más frecuentes son muy pequeñas como se observa en la figura anterior.

### Paso 3: Estimación del riesgo de crédito

Dada las probabilidades de estado y los valores de mercado de la deuda, se procede a encontrar la media y desviación.

TABLA 9

Calificación	Probabilidad de estado (p <sub>i</sub> )	Valor del Bono mas el cupón (v <sub>i</sub> )	Valor ponderado de la probabilidad	Diferencia del Valor con la media	Diferencia cuadrada
AAA	0.02	109.37	0.02	2.28	0.0010
AA	0.33	109.19	0.36	2.10	0.0146
A	5.95	108.66	6.47	1.57	0.1474
BBB	86.93	107.55	93.49	0.46	0.1853
BB	5.30	102.20	5.41	-5.06	1.3592
B	1.17	98.10	1.15	-8.99	0.9446
CCC	0.12	83.64	1.10	-23.45	0.6598
Incumplimiento	0.18	51.13	0.09	-55.96	5.6358
	Media	\$107.09		Varianza	8.9477
				Desviación	\$2.99

Los valores de media y varianza se obtienen mediante las siguientes ecuaciones:

$$\mu = \sum p_i v_i$$

$$\sigma = \sqrt{\sum p_i v_i^2 - \mu^2}$$

Asumiendo que los valores del préstamo se distribuyen normalmente, la desviación estándar (volatilidad) es de \$2.99 millones. De este modo el VAR al 5% es de

$1.65 \times \$2.99 = \$4.93$  millones, en otras palabras, con un nivel de confiabilidad del 95% la pérdida esperada para el próximo año es de \$4.93 millones (El 1.65 es el valor de la

normal estándar con probabilidad del 95%). El VAR al 1% es  $2.33 \times \$2.99 = \$6.97$  millones. Pero este un valor subestimado puesto que la distribución es asimétrica con un sesgo negativo.

Como la distribución es asimétrica, CreditMetrics produce dos valores de VAR, uno basado en distribución normal de los préstamos y otro basado en la distribución real de los préstamos. Al realizar los cálculos, el VAR real al 1% arroja una pérdida esperada de \$14.8 millones de dólares para el próximo año ( $\$14.8 = \$107.09 - \$92.29$ , el último valor hallado mediante interpolación).

Siendo CreditMetrics una metodología basada en VAR, que puede no ser coherente (como se vio en el ejemplo de la sección MEDIDAS COHERENTES DE RIESGO), a continuación se propone una solución a este problema.

### 3. Expected Shortfall

Expected Shortfall ha sido propuesto como una solución para las deficiencias de las medidas de riesgo basados en VAR, el cual no es una medida coherente de riesgo por lo general (Acerbi y Tasche, 2002a). Varios trabajos importantes se han realizado para resolver tal problema, proponiendo Worst Conditional Expectation (WCE) y Tail Conditional Expectation (TCE) como medidas alternas de riesgo (Artzner, Delbaen, Eber y Heath, 1999).

Aunque WCE es una medida coherente de riesgo es solo útil cuando hay una base teórica bien establecida, pues requiere del conocimiento de todo el espacio de probabilidad. Mientras que el TCE en algunas ocasiones no es coherente. Otra propuesta es el Expected Shortfall (ES). Las ventajas del ES es que es una medida coherente de riesgo, fácil de calcular y de estimar. Expected Shortfall a un nivel  $\alpha$  se define como la pérdida promedio en el peor de los  $100 \cdot \alpha\%$  de los casos.

#### 1. Algunas definiciones

Sea  $X$  el beneficio o pérdida aleatoria de un activo o un portafolio. Para el propósito de

Expected Shortfall,  $X$  representa pérdida (como se ha venido trabajando en el documento).

De este modo  $ES$  se define como:

$$ES_{\alpha}(X) = -\alpha^{-1} ( E[X \mathbf{1}_{\{X \leq x_{(\alpha)}\}}] + x_{(\alpha)}(\alpha - P[X \leq x_{(\alpha)}]) )$$

Donde  $\mathbf{1}_{\{X \leq x_{(\alpha)}\}}$  es la función indicadora, que quiere decir, cuando  $X \leq x_{(\alpha)}$ , la función toma el valor de 1, de lo contrario toma el valor de cero. En muchas aplicaciones se toma  $x_{(\alpha)}$  como  $VAR_{\alpha}$ .

Esta medida responde a la pregunta cuál es la pérdida esperada incurrida en el  $\alpha\%$  de los peores casos. Por esta razón ES se puede calcular también como:

$$ES_{(\alpha)} = - \frac{\sum_{i=1}^w X_i}{w}$$

En otras palabras, suponga que se tienen  $n$  datos de  $\{X_i\}_{i=1, \dots, n}$  de la variable aleatoria (pérdidas)  $X$ , y se ordena la muestra de manera creciente y se promedia los primeros  $\alpha\%$  valores. Esto es  $X_1 < X_2 < \dots < X_n$  son los valores ordenados de la  $n$ -tupla  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ , y se escoge un número  $w$  que es la parte entera de  $n \cdot \alpha\%$  ( $w = \max\{m \mid m < n\alpha, m \in \mathbb{N}\}$ ). De esta manera el conjunto de los  $\alpha\%$  de los peores casos es representado por los  $w$  resultados  $\{X_1, X_2, \dots, X_w\}$ . Por lo tanto, el estimador para la pérdida esperada en los  $\alpha\%$  de los peores casos está dada por:

$$ES_{(\alpha)}(X) = - \frac{\sum_{i=1}^w X_i}{w}$$

Con la definición anterior de Expected Shortfall es fácil comprobar el axioma subaditividad (Acerbi y Tasche, 2002b).

$$\begin{aligned} ES_{(\alpha)}(X + Y) &= - \frac{\sum_{i=1}^w (X + Y)_i}{w} \\ &\leq - \frac{\sum_{i=1}^w (X_i + Y_i)}{w} \\ &= ES_{(\alpha)}(X) + ES_{(\alpha)}(Y) \end{aligned}$$

De igual manera el apéndice A del artículo de Acerbi, Nordio y Sirtori (2001) brinda una demostración más formal de la subatividad del Expected Shortfall.

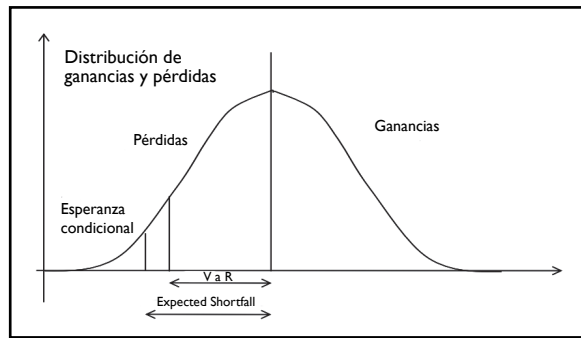
Otra definición de ES:

$$ES_{\alpha}(X) = E [ X \mid X > VAR_{\alpha}(X) ]$$

Es decir que el valor esperado de las pérdidas (X), dado que éstas excedieron el VAR al nivel  $\alpha$ . Por lo que se tiene que una medida de riesgo Expected Shortfall será mayor que la basada en VAR al mismo nivel  $\alpha$  como se observa en la siguiente figura:

### GRÁFICO 3

#### REPRESENTACIÓN GRÁFICA DEL EXPECTED SHORTFALL



Teniendo una medida coherente de riesgo, se puede adaptar ES al método de CreditMetrics. Al final del paso 2, cuando se ha determinado la distribución de los préstamos, el Expected Shortfall es obtenido como el valor esperado de la cola dado un nivel de confiabilidad. A continuación se muestra paso a paso la propuesta para CreditMetrics y ES.

#### 4. CreditMetrics Expected Shortfall (CMES)

Al integrar Expected Shortfall a CreditMetrics se obtiene una medida coherente de riesgo. Los pasos se describen como sigue.

##### Paso 1: Migración de calificación de crédito

Basado en datos históricos de préstamos, se estima las probabilidades de que este deudor en el próximo año sea calificado igual, mejor o peor. Para construir la matriz de transición es necesario contar con

una calificación inicial para cada tipo, es decir que pasa si el deudor es calificado AAA, AA, etc. La fuente puede ser tomada de Standard & Poor's CreditWeek.

##### Paso 2: Valoración

Calcular el valor de mercado de la deuda como:

$$P = \sum C / (1 + r_i + s_i)^n$$

Donde  $r_i$  es la tasa libre de riesgo y  $s_i$  es el spread (de cada período  $i$ ) en el crédito dependiendo de cómo el deudor sea calificado.  $C$  es el cupón el cual es sumado el valor del principal en el último período y  $n$  es la madurez del préstamo. Luego se construye la distribución de probabilidad de los valores presentes de los préstamos.

Se calcula el cuantil empírico al nivel deseado (como las distribuciones son discre-

tas, se puede utilizar el método de interpolación como se vio anteriormente para hallar el cuantil deseado). Seguidamente se calcula el valor esperado de la distribución restante, este valor corresponde al Expected Shortfall.

**Paso 3: Estimación del riesgo de crédito**

Finalmente el CMES a un nivel de confiabilidad  $\alpha$ , se halla entonces como el valor esperado de la distribución de pérdidas menos el valor del Expected Shortfall calculado en el paso anterior. Este es el valor de CreditMetrics – Expected Shortfall (CMES).

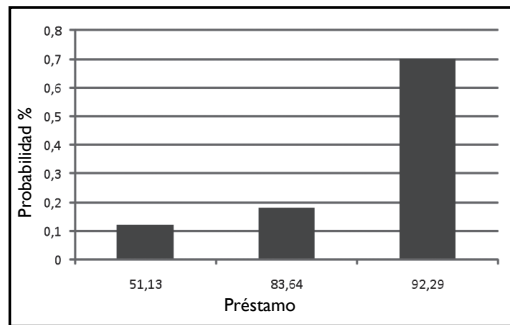
Se toma el ejemplo con los datos del cálculo del riesgo de crédito mediante CreditMetrics para portafolio de un bono. Ver la segunda sección para la obtención de la función de distribución de pérdidas y el cuantil al 1% mediante la metodología.

Como se observó anteriormente el cuantil al 1% es \$92.9 millones (hallado mediante interpolación). Por lo tanto se halla la media de la distribución a la izquierda de \$92.9, aplicando el concepto de valor esperado de una función de probabilidad discreta. La figura a continuación representa la cola a la izquierda del valor de \$92.9.

*Ejemplo. CMES al 1% para un bono*

**GRÁFICO 4**

1% DE LA COLA A LA IZQUIERDA DE LA DISTRIBUCIÓN DE PÉRDIDAS.



Media =  $51.13 \times 0.12 + 83.64 \times 0.18 + 92.29 \times 0.70 = \$83.84$  millones

$CMES_{0,01} = \$107.09 - \$83.84 = \$23.25$

$CMES_{0,01} = \$23.25$  millones, un valor mayor obtenido mediante  $VAR_{0,01}$  asumiendo normalidad (\$6.97) debido a la subestimación del último método y VAR empírico (\$14.80).

**TABLA 10**

	CM – normalidad	CM- cuantil empírico	CMES
Valor al 1%	6.97	14.80	23.25

**Ejemplo 2.** Extensión a un portafolio de dos bonos

Siguiendo el ejemplo propuesto en el documento técnico de CreditMetrics, asuma que se cuenta con un portafolio de dos bonos:

**Bono # 1**

Calificación: BBB

Plazo: 5 años

Tasa interés fija: 6% anual

**Bono # 2**

Calificación: A

Plazo: 3 años

Tasa interés fija: 5% anual

**Paso 1: Obtención de la matriz de probabilidades de migración conjunta**

El capítulo 8 del documento técnico de CreditMetrics presenta y discute diferentes métodos de obtener las probabilidades conjuntas de migración.

Ya se cuenta con las probabilidades de migración del Bono # 1. Ahora Suponga que basado en datos históricos de préstamos se obtienen dichas probabilidades para el Bono #2:

**TABLA 11**

Calificación	Probabilidad (%)
AAA	0.09
AA	2.27
A	91.05
BBB	5.52
BB	0.74
B	0.60
CCC	0.01
Incumplimiento	0.06

Como se observa, la mayor probabilidad está en seguir calificado como A, y la suma de todos los eventos posibles totaliza el 100%.

Asumiendo una correlación de 0.3 entre los dos bonos se obtiene la matriz de probabilidades conjuntas:

**TABLA 12**

Bono # 1 (BBB)	Bono # 2 (A)							
	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	Incumple
	<b>0.09</b>	<b>2.27</b>	<b>91.05</b>	<b>5.52</b>	<b>0.74</b>	<b>0.26</b>	<b>0.01</b>	<b>0.06</b>
AAA	0.02	0.00	0.00	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00
AA	0.03	0.00	0.04	0.29	0.00	0.00	0.00	0.00
A	5.95	0.02	0.39	5.44	0.08	0.01	0.00	0.00
BBB	86.93	0.07	1.81	79.69	4.55	0.57	0.19	0.01
BB	5.30	0.00	0.02	4.47	0.64	0.11	0.04	0.00
B	1.17	0.00	0.00	0.92	0.18	0.04	0.02	0.00
CCC	0.12	0.00	0.00	0.09	0.02	0.00	0.00	0.00
Incumple	0.18	0.00	0.00	0.13	0.04	0.01	0.00	0.00



### Paso 2: Valoración

Para el Bono #1 ya se había calculado el valor de deuda. Lo mismo se aplica para el Bono #2. Así si se quiere saber el valor del bono si el deudor es calificado de A a B:

$$P = 5 + 5 / (1 + 6.05\%) + 105 / (1 + 7.02\%)^2$$

$$P = 101.39$$

De igual manera se hallan los siguientes valores de mercado de la deuda dependiendo de las otras calificaciones:

**TABLA 13**

Calificación	Valor de la deuda (millones de dólares)
AAA	106.59
AA	106.49
A	106.30
BBB	105.64
BB	103.15
B	101.39
CCC	88.71
Incumplimiento	51.13

Al combinar los dos bonos se obtiene la siguiente tabla de valores de deuda dependiendo de la calificación:

**TABLA 14**

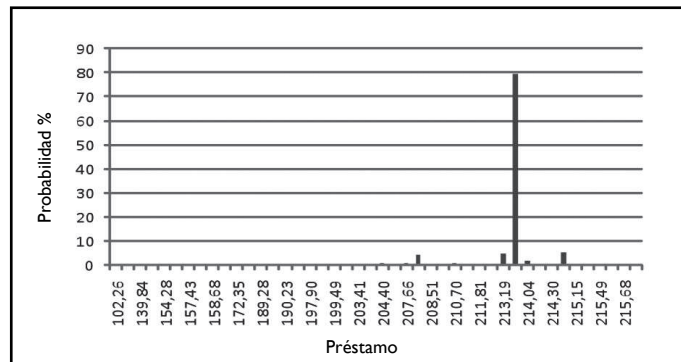
Bono # 1 (BBB)		Bono # 2 (A)							
		AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC	Incumple
		<b>106.59</b>	<b>106.49</b>	<b>106.30</b>	<b>105.64</b>	<b>103.15</b>	<b>101.39</b>	<b>88.71</b>	<b>51.13</b>
AAA	<b>109.37</b>	215.96	215.86	215.67	215.01	212.52	210.76	198.08	160.50
AA	<b>109.19</b>	215.78	215.68	215.49	214.83	212.34	210.58	197.90	160.32
A	<b>108.66</b>	215.25	215.15	214.96	214.30	211.81	210.05	197.37	159.79
BBB	<b>107.55</b>	214.14	214.04	213.85	213.19	210.70	208.94	196.26	158.68
BB	<b>102.02</b>	208.61	208.51	208.32	207.66	205.17	203.41	190.73	153.15
B	<b>98.10</b>	204.69	204.59	204.40	203.74	201.25	199.49	186.81	149.23
CCC	<b>83.64</b>	190.23	190.13	189.94	189.28	186.79	185.03	172.35	134.77
Incumple	<b>51.13</b>	157.72	157.62	157.43	156.77	154.28	152.52	139.84	102.26

Los valores al interior de la tabla corresponden a la suma de los valores de deuda de los dos bonos para cada caso de calificación.

La distribución de probabilidad de los valores presentes de los préstamos se encuentra a continuación, cuya media es \$213.63

### GRÁFICO 5

DISTRIBUCIÓN DE PÉRDIDAS DEL PORTAFOLIO DE DOS BONOS



El valor esperado se encuentra como:

$$\text{Media} = p_1V_1 + p_2V_2 + \dots + p_{64}V_{64}$$

$$\text{Media} = \$213.63$$

Donde  $p_i$  son las probabilidades de cada estado que corresponde a cada valor de préstamo  $V_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, 64$  para este caso.

La Varianza se calcula como:

$$\text{Varianza} = p_1(V_1 - \text{Media})^2 + p_2(V_2 - \text{Media})^2 + \dots + p_{64}(V_{64} - \text{Media})^2$$

$$\text{Varianza} = 11.22 \$2$$

Al tomar la raíz cuadrada de la Varianza se halla la desviación estándar;  
Desviación estándar = \$3.35

#### Paso 3: Estimación del riesgo de crédito

Anteriormente se había encontrado que la media y desviación estándar del bono calificado BBB (Bono #1) son \$107.09 y \$2.99 respectivamente, para obtener un VAR1 al 1% asumiendo normalidad de \$6.97 ( $2.33 \times \$2.99$ ). Aplicando el mismo procedimiento al bono calificado A (Bono #2) estos resultados son \$106.55 y \$1.49 respectivamente y un VAR2 al 1% (también asumiendo normalidad) de \$3.47 ( $2.33 \times \$1.49$ ).

Empleando la siguiente relación para hallar el VAR de los bonos:

$$VaR = \left[ VaR_1^2 + VaR_2^2 + 2\rho_{12}VaR_1VaR_2 \right]^{1/2}$$

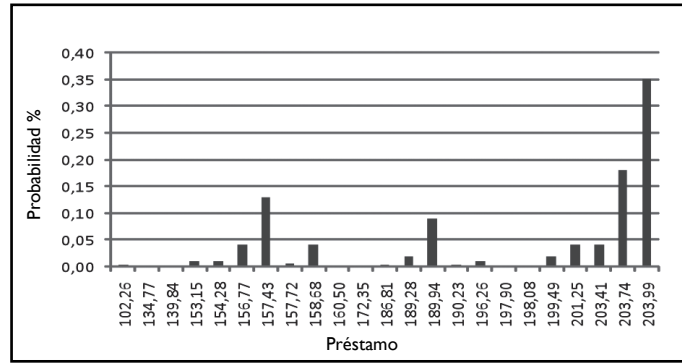
Donde  $\rho_{12}$  es la correlación entre los dos bonos (0.3). Se obtiene un VAR al 1% para el portafolio de los dos bonos de \$7.95 bajo el supuesto de normalidad. Usando el enfoque del cuantil empírico, el VAR real al 1% arroja una pérdida esperada de \$9.23 millones de dólares para el próximo año ( $\$9.23 = \$213.63 - \$203.99$ , este último valor hallado mediante interpolación).

#### CMES al 1% para el portafolio

Teniendo el cuantil al 1% de \$203.99 millones, se halla la media de la distribución a la izquierda de \$203.99, aplicando el concepto de valor esperado de una función de probabilidad discreta. A continuación se muestra la figura de la cola a la izquierda del valor de \$203.99, la media de estos datos representa el valor de ES que se quiere hallar.

**GRÁFICO 6**

1% DE LA COLA A LA IZQUIERDA DE LA DISTRIBUCIÓN DE PÉRDIDAS.



Media = \$190.31 millones

CMES<sub>0,01</sub> = \$213.63 - \$190.31 = \$23.32

CMES<sub>0,01</sub> = \$23.32 millones, un valor mayor obtenido mediante VAR<sub>0,01</sub> asumiendo normalidad (\$7.95) y VAR empírico (\$9.23).

**TABLA 15**

	CM – normalidad	CM- cuantil empírico	CMES
Valor al 1%	7.95	9.23	23.32

Se puede extender la metodología para un portafolio de más de dos bonos, pero se utilizaría la metodología de simulación para construir la función de distribución de pérdidas.

**Discusión**

El capital económico es el capital requerido por un banco para limitar la probabilidad de insolvencia dado un nivel de confianza sobre un horizonte de tiempo y la medida más usada para riesgo de crédito es el VAR menos la pérdida esperada. Si por ejemplo, se desea hallar el capital económico para una entidad calificada AA donde la tasa de incumplimiento histórica es del 0.03%, el capital económico requerido es del 99.97%. Utilizar una medida como el VAR puede llevar a subestimaciones

del verdadero riesgo y resultados contradictorios como se vio anteriormente. ES captura de mejor manera los eventos de cola y en especial en épocas de crisis como las recientes, subprime y de deuda soberana de algunos países de la zona Euro. Por definición la medida de riesgo ES es generalmente mayor que el VAR, esto conllevaría a un requerimiento de capital mayor pero esto es consistente con lo esperado en el nuevo acuerdo de Basilea (Basilea III). Otro aspecto a tener en cuenta es la reducción de requerimientos de capital de los bancos al pasar cierto riesgo crediticio a las cuentas de orden mediante productos financieros estructurados. Mientras las regulaciones contables y financieras proponen una manera adecuada de contabilizar estos instrumentos en los estados financieros de los bancos, se debe contemplar los verdaderos riesgos que estos traen. Utilizar deriva-

dos de crédito como los seguros contra la cesación de pagos (CDS, por sus siglas en inglés) ayudan a mitigar riesgo si sucede el evento de incumplimiento, pero en muchos casos se utilizan para especular y apostar a la caída de la entidad referente. Los derivados no son los culpables de las crisis, pero sí influye según el uso que se les dé, como el caso de Grecia donde se emplearon derivados (cross-currency swaps) con Goldman Sachs para reducir su deuda soberana, pero realmente se estaba adquiriendo una obligación financiera sin necesidad de divulgarlo y clasificarlo como deuda. En el documento también se mencionó que para optimización de portafolios es aconsejable usar una medida coherente al riesgo. Esto tiene gran utilidad al calcular una medida de rendimiento sobre capital en riesgo para asignar capital en un banco usando herramientas de optimización. Los trabajos iniciales de Rockafellar y Uryasev (2000, 2001) muestran esta optimización con base en medidas coherentes de riesgo. De aquí se pueden generar futuras investigaciones en el campo de riesgo crediticio.

La ventaja de la metodología Creditmetrics es relacionar las calificaciones crediticias con probabilidades de incumplimiento y éstas a su vez con una potencial pérdida. Al estresar la medida de riesgo se aumenta el capital requerido para cubrir las pérdidas, por ende los bancos serían más cautelosos al momento de escoger sus portafolios de crédito. Por esta y las anteriores razones se propone el cálculo de CMES descrito en este documento para ser tenido en cuenta en las instituciones financieras. Futuras investigaciones se pueden enfocar en estimaciones de ES mediante un modelo paramétrico asumiendo una forma funcional de la distribución de pérdidas, por ejemplo aplicar teoría del valor extremo, específicamente el modelo POT (peaks over threshold), el cual brinda formulas cerradas para el cálculo del VAR y ES.

## Conclusiones

Para análisis de riesgo crediticio se prefiere las medidas de pérdida en riesgo a los de volatilidad, ya que un administrador de riesgo está interesado en hallar la máxima

pérdida de un portafolio o la pérdida esperada del mismo en un horizonte de tiempo, más que observar los movimientos a favor del portafolio de préstamos. Los modelos de medición de riesgo crediticio basado en VAR no son coherentes, en el sentido que pueden violar el axioma de subaditividad, en otras palabras no cumplir con el principio de diversificación de riesgo por la alta asimetría que presentan las distribuciones de pérdidas. Los modelos basados en VAR funcionan bien si la distribución de préstamos es normal. Además en los casos donde se puede suponer que la Variable aleatoria (como por ejemplo retornos de acción) se distribuye normal, los modelos basados en VAR fallan en la medición de movimientos extremos en los precios por la propiedad de colas pesadas en las distribuciones.

Se revisó Varios modelos estructurales de riesgo crediticio, donde CreditMetrics es el más aproximado a una economía emergente como la colombiana y es fácil de implementar puesto que está basado en sistemas de calificación. Los otros modelos son aplicables, pero algunos se basan en Variables de valoración de activos y el mercado de capitales en Colombia no es eficiente. Otros sistemas se basan en datos históricos y no son una base para calcular riesgo a periodos futuros. Los modelos más complejos basados en redes neuronales tienen la complicación de no saber hasta cuando adicionar Variables al modelo y son complejos de implementar.

El método propuesto CMES, se basa en el principio de CreditMetrics y calcula la pérdida promedio en los peores casos, medida conocida como Expected Shortfall. En el caso de CreditMetrics, se calcula el cuantil empírico de la distribución de pérdidas (mediante interpolación si es necesario) y luego se calcula la media a la izquierda de este cuantil utilizando el concepto de valor esperado de una función de probabilidad. Por definición una medida de riesgo basada en Expected Shortfall será mayor (por lo general) que una basada en VAR al mismo nivel de confiabilidad pero se cuenta con una medida coherente al riesgo. Esto se vio en los casos aplicados a bonos, igualmente la metodología es aplicable a cualquier tipo de préstamo que cuente con una calificación crediticia.

## Referencias

- AIS (2009). *The RDF Method (Risk Dynamics into the Future): The new standard of credit risk Stress Testing*, 2<sup>nd</sup> Edition, AIS S.A.
- Albanese, C. (1997). **Credit exposure, diversification risk and coherent VAR**. Preprint, Department of Mathematics, University of Toronto.
- Acerbi, C. y Tasche, D. (2002a). **On the coherence of expected shortfall**. *Journal of Banking and Finance*, 26:1487–1503.
- Acerbi, C. y Tasche, D. (2002b). **Expected Shortfall: a natural coherent alternative to Value at Risk**. *Economic Notes*, Vol. 31, No. 2, pp. 1 – 10.
- Acerbi C, Nordio C, Sirtori C. (2001). *Expected Shortfall as a Tool for Financial Risk Management*. Disponible en la página Web: [www.gloriamundi.org](http://www.gloriamundi.org).
- Artzner P, Delbaen F, Eber J, y Heath D. (1999). **Coherent Measures of Risk**. *Math. Finance* 9, no. 3, 203 - 228.
- Bielecki, T. R. y Rutkowski, M. (2004). **Credit Risk: Modeling, Valuation and Hedging**, 2<sup>nd</sup> Edition. Springer Verlag.
- Bluhm, C., Overbeck, L. y Wagner, C. (2001). **Irreconcilable differences**. *Risk* 14(10):33–37
- Bluhm, C., Overbeck, L. y Wagner C. (2010). *Introduction to Credit Risk Modeling* 2<sup>nd</sup> Edition. CRC Press.
- Carta Circular 31 de 2002. **Superintendencia Bancaria de Colombia**.
- Chavez-Demoulin, V. y Embrechts, P. (2009) **An EVT Primer for Credit Risk**. Preprint, se puede descargar en [http://www.math.ethz.ch/~baltes/ftp/EVT\\_primer\\_CR.pdf](http://www.math.ethz.ch/~baltes/ftp/EVT_primer_CR.pdf)
- Circular Externa 011 de 2002. **Superintendencia Bancaria de Colombia**.
- Crosbie, P. y Bohn, J. (2002). **Modeling default risk**. Technical document, Moody's/KMV, New York.
- Crouhy, M., Galai, D., and Mark, R. (2000). **A comparative analysis of current credit risk models**. *Journal of Banking and Finance*, 24:59–117.
- Damodaran, A. (2002). *Investment Valuation*. Second Edition New York: John Wiley & Sons.
- Danielsson, J., Embrechts, P., Goodhart, C., Keating, C., Muennich, F., Renault, O. y Shin, H.S. (2001). **An academic response to Basel II**. *London School of Economics Financial Markets Group*, Special, Paper no 130.
- De Lara, A. (2005). **Medición y Control de Riesgos Financieros**, 3<sup>a</sup> Edición. Limusa.
- Duffie, D. y Singleton, K. J. (2003). *Credit Risk: Pricing, Measurement, and Management*. Princeton University Press.
- Giese, G. (2003). **Enhancing CreditRisk+**. *Risk* 16(4):73–77

- Gordy, M. B. (2000). **A Comparative Anatomy of Credit Risk Models.** *Journal of Banking and Finance* 119–149.
- Gordy, M. (2002). **Saddlepoint approximation of CreditRisk+.** *Journal of Banking and Finance* 26(7).
- Gupton, G. M., Finger C. C. y Bhatia, M. (1997). **CreditMetrics. RiskMetrics Technical Document.**
- Hull, J. (2007). **Risk Management and Financial Institutions.** Prentice Hall.
- Hull, J. (2008). **Options, Futures and Other Derivatives,** 7<sup>th</sup> Edition. Prentice Hall.
- Koyluoglu, H. U. y Hickman A. (1998). **A Generalized Framework for Credit Risk Portfolio Models.** Working Paper, New York: Oliver, Wyman and Co., July 1998.
- Lando, D. (2004). **Credit Risk Modeling: Theory and Applications.** Princeton University Press.
- Márquez, J. (2006). **Una nueva visión del riesgo de crédito.** Limusa-Wiley
- Merton, R. (1974). **On the pricing of corporate debt: The risk structure of interest rates.** *Journal of Finance*, 29:449–470.
- Ong, M. K. (1999). **Internal Credit Risk Models: Capital Allocation and Performance Measurement.** Risk Books.
- Risk (2009). **Banks suffer from stricter ratings criteria,** March.
- Risk (2009). **Moody's: junk default rates to peak in Q4,** October.
- Risk (2010). **Committee hears of rating agency inertia as crisis built,** April.
- Rockafellar, R. T. y Uryasev, S. (2000). **Optimization of Conditional Value-at-Risk.** *Journal of Risk*, 2, 21–41.
- Rockafellar, R. T. y Uryasev, S. (2001). **Conditional Value-at-Risk for General Loss Distributions.** *Research Report 2001-5.* ISE Dept., University of Florida, April, 2001
- Ross, S. (2002). **Corporate Finance.** 6th. edition. Boston, MA; Bogotá: McGraw-Hill: Irwin.
- Saunders, A. (2002). **Credit Risk Measurement: Value at Risk and Other New Paradigms,** 2<sup>nd</sup> Edition. John Wiley & Sons.
- Schönbucher, P. J. (2003). **Credit Derivatives Pricing Models: Pricing and Implementation.** Wiley Finance.