

# AMERICA LATINA: CONVERGENCIA/DIVERGENCIA UNA REVISION PRELIMINAR DE LOS ENFOQUES DE DATOS DE PANEL Y EL ANALISIS ESPACIAL DE DATOS

Kelly Tatiana Giraldo \*\*

## RESUMEN

En recientes ensayos se han presentado y evaluado diversos enfoques que intentan explicar el fenómeno de la convergencia/divergencia. En este trabajo se presentan los enfoques de datos de panel y el análisis espacial de datos que ayudan a entender las dinámicas de las economías nacionales, regionales y urbanas. Se ofrecen los desarrollos globales de las autoridades académicas más visibles en el tema de datos de panel como son, Loayza y Villanueva (1993), Islam (1995) y Yudong and Weeks (2000). En el caso del análisis espacial de datos se estudian los aportes de Lee, Sang Il (2001, 2002, 2004a, 2004b, 2004c) Una vez presentados los desarrollos se corrieron los modelos para el caso de América Latina. La relevancia de estos modelos radica principalmente en que al combinar series de tiempo con datos de corte transversal se presenta una idea de la relación de las variables a través del tiempo. La conclusión más evidente es que la estimación con datos panel ofrecen resultados que muestran que hay convergencia para todos los países de la región, una vez se han controlado los efectos regionales individuales, es decir, la heterogeneidad en los niveles iniciales de tecnología.

**Palabras clave:** América Latina, Convergencia, Divergencia, Economía regional y urbana, Datos de Panel. JEL: R10, B40.

## RESUMEN

En recientes ensayos se han presentado y evaluado diversos enfoques que intentan explicar el fenómeno de la convergencia/divergencia. En este trabajo se presentan los enfoques de datos de panel y el análisis espacial de datos que ayudan a entender las dinámicas de las economías nacionales, regionales y urbanas. Se ofrecen los desarrollos globales de las autoridades académicas más visibles en el tema de datos de panel como son, Loayza y Villanueva (1993), Islam (1995) y Yudong and Weeks (2000). En el caso del análisis espacial de datos se estudian los aportes de Lee, Sang Il (2001, 2002, 2004a, 2004b, 2004c ) Una vez presentados los desarrollos se corrieron los modelos para el caso de América Latina. La relevancia de estos modelos radica principalmente en que al combinar series de tiempo con datos de corte transversal se presenta una idea de la relación de las variables a través del tiempo. La conclusión más evidente es que la estimación con datos panel ofrecen resultados que muestran que hay convergencia para todos los países de la región, una vez se han controlado los efectos regionales individuales, es decir, la heterogeneidad en los niveles iniciales de tecnología.

**Palabras clave:** América Latina, Convergencia, Divergencia, Economía regional y urbana, Datos de Panel. JEL: R10, B40.

## **INTRODUCCION**

Este ensayo tiene como objetivo principal, identificar procesos de convergencia entre los países que conforman Latinoamérica y el Caribe utilizando dos de las metodologías más importantes que se han desarrollado para ello hasta el momento, permitiendo la posibilidad de examinar su desempeño a través del trabajo empírico. También se busca determinar que variables demográficas y económicas, posiblemente “condicionen” dichos procesos de convergencia. El informe está organizado de la siguiente manera: En la sección 1 se hace una descripción de la situación actual de Latinoamérica y el Caribe haciendo énfasis en las disparidades y asimetrías presentes entre los países de la región. En la sección 2, se hace una reseña sobre dos desarrollos teóricos habidos hasta el momento, que conducen a la identificación de procesos de convergencia, la cual se compone de varios resúmenes de diversos estudios relevantes dentro de la bibliografía existente hasta este momento sobre el tema de convergencia económica entre países. En la sección 3, a través de un análisis empírico en el que se utilizan las bases de datos del Banco Mundial, se hace uso de las metodologías presentadas en la sección 2. Por último, en la sección 4 se muestran algunas conclusiones y recomendaciones para estudios posteriores.

## **PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

Los países que conforman la región de América Latina y el Caribe, han mostrado persistentemente bajos niveles de desarrollo económico (en 1990, de acuerdo con Utrera (1993) el mayor producto per cápita latinoamericano representaba tan sólo el 43% del correspondiente a Estados Unidos), además de grandes asimetrías y disparidades entre los países de la región (el cociente entre el mayor y el menor producto per cápita latinoamericano era igual a 5,09 en 1950 y a 7,14 en 1990).

En este sentido, se aprecia que antes del año 1998 cinco países de la región estaban generando un GDP per cápita que no superaba los 1000 dólares (a precios constantes del año 2000). Ellos son Haití, Nicaragua, Guyana, Honduras y Bolivia, siendo el primer país el caso más preocupante, ya que su PIB actual no llega a 500 dólares por persona; además, ese indicador ha declinado significativamente durante los últimos diez años.

Nicaragua, Guyana y Honduras registraron a comienzos de la década de los 90, un GDP per cápita alrededor de los 700 dólares, los dos últimos con trayectorias crecientes, mientras que el ingreso per cápita del primero, ha permanecido relativamente constante, evidenciándose cierto estancamiento. Bolivia, por su parte, ha ido mejorando paulatinamente superando levemente en 1998 los 1000 dólares por habitante, y permaneciendo en un nivel relativamente igual hasta el año 2009. En cuatro países (Bolivia, Guyana, Honduras y Nicaragua) los niveles de endeudamiento externo son muy elevados, lo cual podría constituir una restricción adicional para su desarrollo.

Los cinco países antes identificados pertenecen a determinados esquemas subregionales de integración. Haití y Guyana son miembros del Mercado Común del Caribe (CARICOM); Nicaragua y Honduras, del Mercado Común Centroamericano; y Bolivia está incorporado a la Comunidad Andina de Naciones (CAN), pero además tiene la condición especial de país asociado del Mercado Común del Sur (MERCOSUR). En cuanto a la población de estos países en el año 2002, se aprecia lo siguiente: Bolivia, 8,8 millones de habitantes; Haití, 8,7 millones; Honduras, 6,8 millones; Nicaragua, 5,3 millones; y Guyana, 760 mil; o sea, la cifra agregada de esas cinco naciones alcanzaba a 30,4 millones de personas, lo que era un 5,7% de la población total de América Latina y el Caribe (530 millones de habitantes).

Por otro lado, tres naciones de América Latina y el Caribe tienen un PIB por habitante inferior a 2000 dólares anuales, pero que supera los 1000 dólares. Ellas son: Paraguay, Guatemala y Ecuador con valores del GDP per cápita (para el año 2009) de 1413, 1435 y 1676 dólares, respectivamente. Estos tres países también son miembros de distintos bloques subregionales de integración: Guatemala, del Mercado Común Centroamericano; Paraguay está dentro del MERCOSUR; y Ecuador es parte de la Comunidad Andina de Naciones. La población acumulada de estos cinco países asciende en la actualidad a 30,8 millones de personas, es decir, a un 5,8% del valor total para América Latina y el Caribe. La distribución de dicha población está dada así: Ecuador (13 millones); Guatemala (12 millones), y Paraguay (5,8 millones).

Es decir, en la aproximación anterior se han identificado ocho países con un menor nivel de desarrollo comparativo dentro de América Latina y el Caribe, aceptando que 2000 dólares por habitante en términos anuales es un límite razonable para diferenciar situaciones críticas. Como se mencionó anteriormente, Haití y Nicaragua constituyen los casos más graves, y tienen 14 millones de habitantes entre los dos; por su parte, Guyana tiene un nivel reducido de desarrollo y de tamaño en su economía.

También son países relativamente pequeños, Honduras, Paraguay, El Salvador, y quizás Bolivia, con poblaciones inferiores a 10 millones de habitantes en cada uno de ellos. Por último, Guatemala y Ecuador están en una posición distinta porque se acercan a algunas de las características propias de los países llamados “medianos”, con poblaciones superiores a 12 millones de habitantes en ambos países.

Puerto Rico y las Bahamas, por su parte, han tenido niveles de GDP per cápita muy similares en los últimos seis años aproximadamente, por encima de los 15000 dólares cada uno, lo cual es muy superior al promedio de la región. Ambos países son miembros de la AEC y de CARICOM. Estos países tenían en el año 1998 respectivamente 3,6 y 0,8 millones de habitantes aproximadamente, lo que equivale apenas a un 0,8% de la región de Latinoamérica y el Caribe.

A manera de ilustración, la distribución de frecuencias de los ingresos per cápita del año 2009 viene dada por:

1. Países con ingresos per cápita entre 400 y 4400 dólares (62%):  
Haití, Nicaragua, Honduras, Guyana, Bolivia, Paraguay, Ecuador, Guatemala, Colombia, El Salvador, Perú, Surinam, República Dominicana, Jamaica, St Vicente and las Granadinas, Dominica, Belice, Brasil, Sta. Lucía, Granada, Panamá
2. Países con ingresos per cápita entre 4400 y 8400 dólares (26%):  
Costa Rica, Venezuela, Cuba, Chile, Uruguay, México, St Kitts and Nevis, Argentina, Trinidad y Tobago
3. Países con ingresos per cápita entre 8400 y 12400 dólares (6%):  
Barbados, Antigua y Barbuda
4. Países con ingresos per cápita de más de 12400 dólares (6%):  
Bahamas, Puerto Rico

De acuerdo con esto, se puede observar que el 62% de los países que conforman la región, tienen ingresos per cápita equivalentes a la cuarta parte de los ingresos per cápita anuales de Bahamas o Puerto Rico, lo cual denota una gran concentración de países hacia los niveles de ingresos per cápita bajos.

Empleando la terminología utilizada por la CEPAL y el ILPES, se puede establecer una clasificación entre los países que conforman la región de América Latina y el Caribe, si bien dicha clasificación se estableció inicialmente para identificar niveles de desarrollo entre los territorios pertenecientes a los países. Esta metodología<sup>1</sup> constituye un análisis complementario a los análisis de convergencia económica, el cual permite clasificar las economías, catalogando los países como “ricos y pobres, o ganadores y perdedores” con el fin de obtener una explicación económica más precisa sobre su condición. Cabe observar que esa tipología agrupa en los dos cuadrantes horizontales superiores a aquellos territorios dinámicos “potencialmente ganadores” ante los procesos de globalización, con un alto PIB por habitante en uno de ellos, y un bajo PIB per cápita en el otro.

En pesos per cápita inferiores a 2000 dólares, se encuentra dentro del grupo de países “estancados” de acuerdo con la metodología presentada. Corresponden a países que han crecido por debajo de la media regional y que tiene ingresos per cápita inferiores a la media regional. Se trata por tanto de naciones que se pueden considerar como los de comportamiento menos exitoso frente a los procesos de globalización (Silva (2003)).

Por otro lado, los dos países con mayores ingresos per cápita anual, Bahamas y Puerto Rico, se encuentran, respectivamente, dentro del grupo de países “en retroceso” y “potencialmente ganadores”. Bahamas, particularmente, a pesar de su alto nivel de ingresos per cápita, ha crecido a una tasa inferior que el promedio de los países de la región. Finalmente, en los países de la región existen otros tipos de asimetrías estructurales con, varias de ellas vinculadas con las características y los efectos del proceso de globalización internacional. Entre las que se pueden identificar tanto al interior de cada país como en el ámbito internacional, se incluyen aquellas originadas por ciertos sectores productivos o determinadas actividades productoras de bienes y servicios; ejemplo de ello es lo que ocurre con la agricultura tradicional y los servicios de carácter informal (esto último, relacionado con lo que se conoce como terciarización de la economía); también algunas asimetrías pueden provenir de otras fuentes, verbigracia, las diferencias en los niveles y características de la educación (cualificación) y diferencias en el capital social, entre otras.

## EL METODO

La investigación está sustentada en cuatro elecciones de carácter metodológico muy definidos. El primero, tiene que ver a la ubicación disciplinaria: a partir del objeto de estudio (los conceptos de convergencia/divergencia en América Latina), el trabajo se ubica en los marcos de la economía nacional, regional y urbana. En segundo lugar, de acuerdo con los medios utilizados se revisaron dos tipos de trabajos para los dos enfoques: 1) Los desarrollos teóricos que estudian el fenómeno de la convergencia y divergencia a nivel mundial; y 2) Los desarrollos sobre el mismo fenómeno pero que sólo trabajan el tema de América Latina. El tercer aspecto, está relacionado con la estimación del modelo de datos de panel. Para llevar a cabo la presente investigación, se privilegió el uso del método de Variables Instrumentales, puesto que dicho método arroja estimadores que se comportan como los de MV (Máxima Verosimilitud) independientemente de las condiciones de los valores iniciales (si  $y_{i,0}$  está correlacionado o no con  $\eta_i$ ), a la vez que es un método sencillo de estimación. La característica principal de este método es que  $\hat{\gamma}$ ,  $\hat{\theta}'$ ,  $\sigma_v^2$  son consistentes cuando  $N$  o  $T$  tienden a infinito

---

<sup>1</sup> Ese estudio investigó en profundidad las realidades nacionales y territoriales de seis países latinoamericanos: Bolivia, Brasil, Colombia, Chile, México y Perú, para los cuales se preparó una amplia información analítica y estadística, la que fue algo más restringida en el caso peruano. A partir de la evaluación pormenorizada de esa información se propuso una “tipología de territorios”, centrada alrededor de las situaciones existentes a fines del decenio de 1990.

$y_{i,t} = \gamma y_{i,t-1} + \theta' x_{i,t} + \eta_i + \mu_i + v_{i,t}$  o bien  $y_{i,t} = \gamma y_{i,t-1} + \theta' x_{i,t} + a + v_{i,t}$  donde

$$a = (1 - \zeta) \ln A(0) + g(t_2 - \zeta t_1) = \eta_i + \mu_i$$

Además, esta propiedad de consistencia se mantiene si se trata de un modelo de efectos fijos o aleatorios. En nuestro caso, siguiendo a Islam (1995) se asumieron efectos fijos. Las variables consideradas fueron las siguientes:

-  $x_{i,t} = (\ln(s_{i,t}) - \ln(n_{i,t} + g + \delta))$ , donde  $s_{i,t}$  es la tasa de ahorro promedio (como porcentaje del GDP) del país  $i$  durante el periodo  $t$ ;  $n_{i,t}$  es la tasa de crecimiento anual de la fuerza laboral para el país  $i$  en promedio para el periodo  $t$ , y  $g + \delta$  se considera constante e igual a 0,05 siguiendo también a Islam.

-  $y_{i,t}$  es el ingreso per cápita promedio del país  $i$  durante el periodo  $t$ .

Los periodos considerados, corresponden al promedio de las décadas de 1970, 1980, 1990 y 2000. Ahora bien, el procedimiento utilizado fue el siguiente:

1. Se transforma el modelo original utilizando primeras diferencias:

$$y_{i,t} - y_{i,t-1} = \gamma(y_{i,t-1} - y_{i,t-2}) + \theta(x_{i,t} - x_{i,t-1}) + (v_{i,t} - v_{i,t-1})$$

y se estiman  $\gamma$  y  $\theta$  usando  $y_{i,t-2}$  o  $(y_{i,t-2} - y_{i,t-3})$  como instrumentos, teniendo en cuenta que  $\Delta y_{i,t-2}$  está correlacionado con  $\Delta y_{i,t-1}$  y no lo está con  $\Delta u_{i,t}$ . Alternativamente se puede usar  $y_{i,t-2}$

2. Se obtiene  $a$  así

$$\bar{y}_i - \hat{\gamma}_{IV} \bar{y}_{i,t-1} - \hat{\theta}'_{IV} \bar{x}_{i,t} = T_i + \eta_i + \bar{v}_{i,t} = \hat{a}_i$$

Los resultados obtenidos de este procedimiento se reflejan en los resultados que se muestra a continuación<sup>2</sup>. Cabe mencionar que la variable que se usó como instrumento en este caso fue  $\Delta y_{i,t-2}$ , puesto que en comparación con  $y_{i,t-2}$  estaba más correlacionada con la variable instrumental  $\Delta y_{i,t-1}$  y menos con los errores resultantes de la estimación de Variables Instrumentales del modelo.

Finalmente, para el caso del análisis espacial de datos se basa en una síntesis y compilación de las investigaciones hechas por Sang-Il Lee desde el año 2001 hasta el momento, las cuales son bastante completas respecto a las fuentes bibliográficas comentadas y al compendio de técnicas utilizadas correspondientes a este enfoque. Los demás autores que aquí se nombran fueron citados dentro de los trabajos sobre análisis espacial de datos del mencionado Sang Il Lee.

## EL MODELO DE DATOS DE PANEL

El enfoque de datos de panel desarrollado formalmente por Islam (1995) y CEL (1996), parte de la consideración de que hay dos tipos de sesgo dentro de los estudios de corte transversal: la heterogeneidad no observada en los niveles tecnológicos iniciales entre las regiones y las variables explicatorias endógenas. En particular, estudios de corte transversal previos han asumido funciones de producción agregada homogéneas a través de las regiones, haciendo caso omiso del problema de la heterogeneidad en los niveles iniciales de tecnología. Esto tiene implicaciones a la hora de estimar tasas de convergencia insesgadas. El problema de la endogeneidad potencial de las variables explicativas tales como la tasa de

<sup>2</sup> Los países considerados inicialmente fueron: Haití, Nicaragua, Honduras, Guyana, Bolivia, Ecuador, Paraguay, Guatemala, Colombia, Perú, El Salvador, Suriname, Dominican Republic, Belize, Brazil, Panamá, Costa Rica, Venezuela, Chile, Uruguay, México, Argentina, Trinidad and Tobago, Barbados.

inversión también se ignora. Utilizando la variabilidad de corte transversal y series de tiempo, la aproximación de datos de panel es considerada una alternativa prometedora.

Por otra parte, disposición de datos del panel nos permite, luego de controlar los efectos regionales individuales, integrar este proceso de convergencia que ocurre sobre varios intervalos consecutivos de tiempo. Si pensamos que la capacidad de un proceso de llegar a su estado estacionario permanece esencialmente sin cambios sobre la totalidad del período estudiado, entonces se considera que el proceso en intervalos de tiempo consecutivos más cortos debe reflejar la misma dinámica. Sin embargo, controlar los efectos regionales individuales hará que pueda emerger con más claridad la relación entre las variables económicas observadas que se incluyen dentro del modelo. A continuación se citan algunos trabajos sobre los cuales nos basaremos para llevar a cabo un análisis de este tipo.

### Loayza y Villanueva (1993) <sup>3</sup>

Estos autores emplean en su trabajo análisis de datos panel distintos métodos de estimación, para el siguiente modelo de convergencia (no condicional), asumiendo efectos fijos:

$$y_{it} = (1 - b)y_{it-1} + \alpha_i + u_{it} \quad (1)$$

donde  $y_{it}$  es el ingreso per cápita de la región  $i$  en el año  $t$  relativo al promedio de todo el país,  $b$  es un parámetro llamado velocidad de convergencia, que es común entre regiones y periodos ( $|1 - b| < 1$ ),  $\alpha_i$  es el efecto regional fijo específico,  $u_{it}$  es el término de error (shock) para el ingreso real per cápita con media 0 y varianza  $\sigma^2$ , el cual se asume serial y espacialmente independiente. Es importante tener en cuenta, que este es un modelo de crecimiento. En otras palabras, este modelo pretende capturar movimientos de largo plazo en el ingreso per cápita. El término de error debe ser también interpretado como una representación de los shocks en los niveles de ingreso de largo plazo.

### Islam (1995) <sup>4</sup>

Para ilustrar la utilidad del enfoque de datos de panel, Islam (1995) se basa en el trabajo de MRW, quienes a su vez partieron del modelo de Solow, el cual se basa en la función de producción de Cobb-Douglas con progreso tecnológico en los aumentos progresivos del factor trabajo:

$$Y(t) = K(t)^\alpha (A(t)L(t))^{1-\alpha} \quad 0 < \alpha < 1 \quad (1)$$

Donde  $Y$  es el producto,  $K$  es capital, y  $L$  es el trabajo. Se asume que  $L$  y  $A$  crecen exógenamente a tasas  $n$  y  $g$  así

$$L(t) = L(0)e^{nt}$$

$$A(t) = A(0)e^{gt}$$

Si se asume que  $s$  es la fracción constante de la salida que se ahorra y se invierte, y definiendo salida y stock de capital por unidad del trabajo efectivo como  $\hat{y} = Y/AL$  y

$\hat{k} = K/AL$ , respectivamente, la ecuación dinámica para  $\hat{k}$  está dada por

$$\hat{k}(t) = s\hat{y}(t) - (n + g + \delta)\hat{k}(t) = s\hat{k}(t)^\alpha - (n + g + \delta)\hat{k}(t) \quad (2)$$

Donde  $\delta$  es la tasa constante de depreciación. Es evidente que  $\hat{k}$  converge a su valor del estado estacionario

<sup>3</sup> Tomado de Loayza y Villanueva (1993).

<sup>4</sup> Tomado de Islam (1995).

$$\hat{k}^* = \left( \frac{s}{n+g+\delta} \right)^{1/(1-\alpha)}$$

Sobre la sustitución esto da la expresión siguiente para el estado estacionario del ingreso per cápita:

$$\ln \left[ \frac{Y(t)}{L(t)} \right] = \ln A(0) + gt + \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln(s) - \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln(n+g+\delta) \quad (3)$$

donde  $\alpha$  es la elasticidad del producto con respecto al capital (incluyendo el capital humano). Si se asume que los países están actualmente en sus estados estacionarios, MRW utilizaron esta ecuación para ver cómo las diferentes tasas de ahorro y de crecimiento de la mano de obra pueden explicar las diferencias en los ingresos per cápita corrientes a través de países. MRW consideraron también como sería un comportamiento fuera del estado estacionario. Observaron que los países pueden no estar en sus estados estacionarios (o que las salidas de estados estacionarios pueden no ser aleatorias entre los países) y por lo tanto procedieron a ver cómo el modelo (aumentado) de Solow prueba lejos acertado en describir la dinámica de transición.

En ambos de tales ejercicios, MRW confiaron en un supuesto crucial. Aparte de las variables de ahorro y de crecimiento de la población, la ecuación (3) contiene el término  $[\ln A(0) + gt]$ . Puesto que la tasa exógena de progreso tecnológico,  $g$ , se asume igual para todos los países y para una regresión de corte transversal  $t$  es solo un número fijo,  $gt$  en la ecuación es sólo una constante. Sin embargo, esto no puede ser dicho de  $A(0)$ , el cual puede diferir entre países.

Por lo tanto, postularon que

$$\ln A(0) = \alpha + \varepsilon,$$

donde  $\alpha$  es una constante y  $\varepsilon$  es el término regional específico de cambio o choque. Sustituyendo esto en la ecuación arriba e incluyendo el  $gt$  en el término constante  $\alpha$ , ellos derivaron la especificación:

$$\ln \left( \frac{Y}{L} \right) = \alpha + \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln(s) - \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln(n+g+\delta) + \varepsilon \quad (4)$$

En esta etapa, sin embargo, MRW tomaron el supuesto de que  $\varepsilon$  es independiente de las variables explicativas,  $s$  y  $n$ . La estimación de OLS es válida solamente bajo este supuesto<sup>5</sup>. También, observaron que en modelos donde las tasas de ahorro y de crecimiento de la población son isoelásticas,  $s$  y  $n$  son independientes de  $\varepsilon$ . Este supuesto identificado hace posible probar varias hipótesis informales que se han hecho (procediendo de diversas teorías del crecimiento) con respecto a la relación entre la renta, el ahorro, y el crecimiento de la población. Además, puesto que la especificación sobre postulados no solamente muestra los coeficientes, sino también sus magnitudes próximas, los resultados de la regresión permitirán probar la hipótesis conjunta de la validez del modelo de Solow y del mencionado supuesto.

Lo que es importante observar aquí es que en el marco de una sola regresión de corte transversal, este supuesto de independencia se convierte en una necesidad econométrica.

Un marco de panel proporciona un ajuste mejor y más natural para controlar para este término de cambio tecnológico  $\varepsilon$ . Esto es revelado mejor considerando la ecuación que

<sup>5</sup> La otra posibilidad respecto a esto, es reconocer la correlación y entonces optar por la estimación de variables instrumentales (IV). Sin embargo, dada la naturaleza y el alcance del término  $A(0)$ , es difícil encontrar los instrumentos los cuales estén correlacionados con las variables explicativas incluidas en el modelo, pero no con  $A(0)$ . Esto hace que la estimación por variables instrumentales no sea una alternativa absolutamente factible.

describe fuera de comportamiento del estado estacionario. La manera como se deriva esta ecuación es la siguiente. Sea  $\hat{y}^*$  el nivel de ingreso por trabajador efectivo de estado estacionario, y  $\hat{y}(t)$  su valor real en el momento  $t$ . Aproximando alrededor del estado estacionario, el paso de la convergencia está dado por

$$\frac{d \ln \hat{y}(t)}{dt} = \lambda [\ln(\hat{y}^*) - \ln \hat{y}(t)], \quad (5)$$

donde  $\lambda = (n + g + \delta)(1 - \alpha)$ . Esta ecuación implica que

$$\ln \hat{y}(t_2) = (1 - e^{-\lambda\tau}) \ln(\hat{y}^*) + e^{-\lambda\tau} \ln \hat{y}(t_1) \quad (6)$$

Donde  $\hat{y}(t_1)$  es el ingreso por trabajador efectivo en algún punto inicial del tiempo y  $\tau = (t_2 - t_1)$ . Substrayendo  $\ln \hat{y}(t_1)$  de ambos lados da

$$\ln \hat{y}(t_2) - \ln \hat{y}(t_1) = (1 - e^{-\lambda\tau})(\ln \hat{y}^*) - (1 - e^{-\lambda\tau})(\ln \hat{y}(t_1)) \quad (7)$$

Esta ecuación representa un proceso de ajuste parcial que llegue a ser más evidente del cambio siguiente

$$\ln \hat{y}(t_2) - \ln \hat{y}(t_1) = (1 - e^{-\lambda\tau})[\ln \hat{y}^* - \ln \hat{y}(t_1)] \quad (8)$$

En el este caso,  $\hat{y}^*$  es determinado por  $s$  y  $n$ , las cuales se asumen constantes en el período que entero transcurrido entre  $t_1$  y  $t_2$ , y por lo tanto para representar los valores por el año actual también. Substituyendo por  $\hat{y}^*$  da

$$\ln \hat{y}(t_2) - \ln \hat{y}(t_1) = (1 - e^{-\lambda\tau}) \frac{\alpha}{1 - \alpha} \ln(s) - (1 - e^{-\lambda\tau}) \frac{\alpha}{1 - \alpha} \ln(n + g + \delta) - (1 - e^{-\lambda\tau}) \ln \hat{y}(t_1) \quad (9)$$

La correlación entre el inobservable  $A(0)$  y las variables observadas incluidas no es evidente en la ecuación (9) puesto que se ha formulado en términos del ingreso por trabajador efectivo. Por tal motivo en la implementación del modelo, MRW trabajaron con renta per cápita. Podemos, por lo tanto, reformular la ecuación en términos del ingreso per cápita.

Observe que el ingreso por trabajo efectivo es

$$\hat{y}(t) = \frac{Y(t)}{A(t)L(t)} = \frac{Y(t)}{L(t)A(t)e^{gt}},$$

En tanto que,

$$\ln \hat{y}(t) = \ln \left( \frac{Y(t)}{L(t)} \right) - \ln A(0) - gt = \ln y(t) - \ln A(0) - gt,$$

Donde  $y(t)$  es el ingreso per cápita,  $[Y(t)/L(t)]$ . Substituyendo por  $\hat{y}(t)$  en la ecuación (9), obtenemos la usual ecuación en función del “nivel inicial de crecimiento”:

$$\begin{aligned} \ln \hat{y}(t_2) - \ln \hat{y}(t_1) = & (1 - e^{-\lambda\tau}) \frac{\alpha}{1 - \alpha} \ln(s) - (1 - e^{-\lambda\tau}) \frac{\alpha}{1 - \alpha} \ln(n + g + \delta) \\ & - (1 - e^{-\lambda\tau}) \ln y(t_1) + (1 - e^{-\lambda\tau}) \ln A(0) + g(t_2 - e^{-\lambda\tau} t_1) \end{aligned} \quad (10)$$

Sin embargo, si agrupamos los términos con  $\ln y(t_1)$  en el lado derecho, obtenemos la siguiente forma alternativa para la ecuación:

$$\begin{aligned} \ln \hat{y}(t_2) - \ln \hat{y}(t_1) = & (1 - e^{-\lambda\tau}) \frac{\alpha}{1 - \alpha} \ln(s) - (1 - e^{-\lambda\tau}) \frac{\alpha}{1 - \alpha} \ln(n + g + \delta) \\ & + e^{-\lambda\tau} \ln y(t_1) + (1 - e^{-\lambda\tau}) \ln A(0) + g(t_2 - e^{-\lambda\tau} t_1) \end{aligned} \quad (11)$$

Ahora puede verse que esto representa un modelo dinámico de datos de panel con  $(1 - e^{-\lambda\tau}) \ln A(0)$  como el término individual invariante con el tiempo efecto regional. Podemos utilizar la notación convencional siguiente de la literatura de datos de panel:

$$y_{it} = \gamma y_{i,t-1} + \sum_{j=1}^2 \theta_j x_{it}^j + \eta_t + \mu_i + v_{it}, \quad (12)$$

donde

$$\begin{aligned} y_{it} &= \ln y(t_2) \\ y_{i,t-1} &= \ln y(t_1) \\ \gamma &= e^{-\lambda\tau} \\ \theta_1 &= (1 - e^{-\lambda\tau}) \frac{\alpha}{1 - \alpha} \\ \theta_2 &= -(1 - e^{-\lambda\tau}) \frac{\alpha}{1 - \alpha} \end{aligned}$$

$$x_{it}^1 = \ln(s) \quad x_{it}^2 = \ln(n + g + \delta) \quad \mu_i = (1 - e^{-\lambda\tau}) \ln A(0) \quad \eta_t = g(t_2 - e^{-\lambda\tau} t_1)$$

Y  $v_{it}$  es el término transitorio de error que varía a través de países y de períodos y tiene media igual a cero. La estimación de datos de panel de esta ecuación proporciona ahora la clase de ambiente necesario para controlar el efecto regional individual.

Podemos observar que la ecuación (11) está basada en la aproximación alrededor del estado constante. Es, por lo tanto, válida para períodos más cortos también. Igualmente, puede ser observado que en una sola regresión de corte transversal,  $s$  y  $n$  se asumen constantes para el período entero. Tal aproximación es más realista para períodos más cortos de tiempo.

### Yudong and Weeks (2000) <sup>6</sup>

Como se mencionó anteriormente, partiendo del modelo de Solow, se tiene que

$$\ln \hat{y}(t_2) - \ln \hat{y}(t_1) = (1 - \zeta) \ln y(t_1) + (1 - \zeta) A(0) + g(t_2 - \zeta t_1) + \underbrace{(1 - \zeta) \frac{\alpha}{1 - \alpha} \ln(s) - (1 - \zeta) \frac{\alpha}{1 - \alpha} \ln(n + g + \delta)}_z$$

donde  $\hat{y}(t) = \frac{Y(t)}{L(t)}$  para el ingreso per cápita, y el término  $z$  denota el logaritmo natural del

estado estacionario del ingreso per cápita.

Ahora bien, si reunimos los términos envueltos en el logaritmo del primer periodo en el lado derecho de la ecuación anterior, se puede escribir el modelo de crecimiento de una forma autorregresiva así:

$$\ln y(t_2) = \zeta \ln y(t_1) + (1 - \zeta) \ln A(0) + g(t_2 - \zeta t_1) + (1 - \zeta) \frac{\alpha}{1 - \alpha} \ln(s) - (1 - \zeta) \frac{\alpha}{1 - \alpha} \ln(n + g + \delta)$$

esta expresión representa un marco dinámico general dentro del cual se puede examinar la convergencia del ingreso. Usando la notación obvia podemos, agregando un término de error, se puede escribir esta ecuación como

$$y_{i,t} = \gamma y_{i,t-1} + \theta' x_{i,t} + \eta_t + \mu_i + v_{i,t}, \quad (1)$$

donde  $x_{i,t} = (\ln(s_{i,t}), \ln(n_{i,t} + g + \delta))'$ ,  $\theta' = ((1 - \zeta)(\alpha/(1 - \alpha)), (1 - \zeta)(\alpha/(1 - \alpha)))$  y

<sup>6</sup> Tomado de Yudong y Weeks (2000).

$\gamma = 1 - \beta = \zeta$ . Los efectos  $\mu_i$  son interpretados como un compuesto de factores inobservables región-específicos, de tal modo que representan el efecto combinado de las instituciones, dotaciones de factores y la localización relativa, junto con diferencias iniciales en los niveles de tecnología. De manera similar, el  $\eta_t$  captura los efectos temporales específicos que incluyen la tasa de cambio tecnológico.

El concepto de  $\beta$ -convergencia condicional, presenta dentro de este enfoque una extensión al modelo no condicional, y controlando diferencias en la tasa de crecimiento poblacional, y las tasas de ahorro, remueve lo necesario para asumir idénticos estados estacionarios de los niveles de ingreso para todas las regiones. Se tiene entonces

$$g_{i,t_2} = a + \beta y_{i1} + \theta' x_i + u_i \quad (2)$$

donde  $x_i$  es un vector que incluye  $\ln(s_i)$  y  $\ln(n + g + \delta)$ , y  $\mathbf{u}$  es el vector asociado de coeficientes, y  $a = (1 - \zeta)A(0) + g(t_2 - \zeta t_1)$ .

Comparando (1) con (2) nosotros observamos que el intercepto en (2) es aditivo en dos términos constantes:  $(1 - \zeta)\ln A(0)$  y  $g(t_2 - \zeta t_1)$ . Con la observación múltiple por unidad de corte transversal es posible, a través de la introducción de efectos regionales y temporales específicos, relajar el supuesto de homogeneidad paramétrica estricta de ambos  $\ln A(0)$ , el nivel inicial de tecnología, y  $g$ , la tasa de progreso tecnológico<sup>7</sup>.

Teniendo en cuenta diferencias en el nivel inicial de tecnología  $A(0)$ , Yudong y Weeks (2000) permiten que las economías tengan patrones distintos pero paralelos del estado estacionario de la renta.

Ahora bien, en caso de que no haya homogeneidad en la tasa de progreso tecnológico  $g$ . Se sugiere entonces el uso de la aproximación de datos panel para permitir que los países difieran no únicamente respecto a  $A(0)$ , sino también respecto a  $g$ . Si  $g$  varía entre los países, los patrones de largo plazo no son paralelos a largo plazo y las economías divergen. En cuanto a las implicaciones para la igualdad del ingreso, la existencia de heterogeneidad en las tasas de crecimiento del nivel de tecnología, altera completamente la noción de convergencia (condicional o no condicional).

Por ejemplo, se puede pensar que la tasa de progreso tecnológico de un grupo de países es distinta de la de otro grupo. Esta hipótesis se puede probar usando una variable indicadora. Entonces se puede reescribir (1) así

$$y_{i,t} = \gamma y_{i,t-1} + \theta' x_{i,t} + D_j \eta_t + \eta_t + \mu_i + v_{i,t} \quad (3)$$

donde  $D_j = 1$  si el  $i$ -ésimo país pertenece al grupo 1. Nótese que dentro de cada grupo existe un supuesto mantenido de que la tasa de progreso tecnológico es homogénea.

## ENFOQUE DEL ANÁLISIS ESPACIAL DE DATOS

Este apartado se basa en una síntesis y compilación de las investigaciones hechas por Sang-II Lee desde el año 2001 hasta el momento, las cuales son bastante completas respecto a las fuentes bibliográficas comentadas y al compendio de técnicas utilizadas correspondientes a este enfoque. Los demás autores que aquí se nombran fueron citados dentro de los trabajos sobre análisis espacial de datos del mencionado Sang Il Lee.

<sup>7</sup> Islam (1995) y CEL (1996) permiten que la función de producción agregada difiera a través de países con respecto a estado inicial de tecnología  $\ln A(0)$  mientras que la homogeneidad de  $g$  se mantiene.

Siguiendo a Lee (2009c), la  $\beta$ -convergencia puede presentar más problemas que la  $\sigma$ -convergencia, puesto que el desconocimiento de efectos espaciales tales como la dependencia espacial y heterogeneidad espacial, puede llevar a resultados insostenibles en los estudios empíricos de ese tipo. Hay dos desventajas resultantes de ello:

- 1). Las pruebas estadísticas para los coeficientes en modelos de regresión de OLS podrían no ser muy confiables en presencia de autocorrelación espacial en los residuales del modelo. Es decir, los  $b$ -coeficientes estadísticamente significativos podrían en realidad no serlo, si existe un nivel sustancial de dependencia espacial positiva en la variable dependiente, es decir, en las tasas de crecimiento del ingreso de los países de la región. Esto hace necesario usar una forma particular de regresión espacial.
- 2). Una relación negativa entre los niveles iniciales de ingresos y las tasas de crecimiento del ingreso en un sentido global, no significa necesariamente que la relación se mantiene para todos los países implicados: algunos países podían mostrar una relación positiva; otros países podían presentar un nivel diferente de la relación negativa. Esto se conoce como heterogeneidad espacial. Así, es importante incluir activamente al marco de investigación, las diversas técnicas de ESDA (análisis exploratorio espacial de datos) que utilizan medidas asociación espacial bivariadas tales como la L de Lee (2009b).

### Correlación Numérica y Spatial Copatterning en $\beta$ -convergencia

Es importante reconocer que encontrar un parámetro negativo de  $\beta$ -convergencia de corte transversal, no implica necesariamente que la varianza en los niveles de ingresos a través del tiempo declina (o  $\sigma$ -convergencia). Quah (1993), ha demostrado que es posible que una relación negativa de corte transversal entre el ingreso inicial y la tasa de crecimiento coexista con una varianza inestable a través del tiempo en los niveles de ingresos de varios países. Esto surge a partir de la presencia de choques en las tasas de crecimiento regionales específicas que pueden compensar el coeficiente negativo de  $b$ .

Además, es posible que debido a los diferentes tipos de interacciones espaciales que se dan entre los países, países adyacentes tiendan a mostrar una tendencia similar en el comportamiento económico, que se verá reflejada en los residuales de la regresión. Quah (1996) precisa que "ningún país se puede estudiar independientemente de los demás". Cuando hay autocorrelación espacial significativa presente en los residuales, las pruebas de significancia para los  $b$ -coeficientes pueden no ser veraces aunque los coeficientes siguen siendo insesgados.<sup>8</sup>

Como debe recordarse, la  $\beta$ -convergencia (o de acuerdo con Nijkamp y Poot (1998), "convergencia débil"), toma la forma de la siguiente regresión:

$$\ln\left[\frac{y_t}{y_0}\right] = \alpha - \beta \ln(y_0) + \varepsilon_t \quad (1)$$

donde  $y_{i,0}$ , es el nivel de ingresos inicial en el país  $i$ ,  $y_{i,t}$  es el nivel de ingresos en el país  $i$  en un año  $t$  (final). Sin embargo, una forma más compleja se ha preferido en algunos estudios empíricos:

$$\ln\left[\frac{y_t}{y_0}\right] = \alpha - \left(\frac{1 - e^{-\beta k}}{k}\right) \ln(y_0) + \varepsilon_t \quad (2)$$

<sup>8</sup> De acuerdo con Anselin y Griffith (1988) y Fotheringham y Rogerson (1993).

Existen varias razones estructurales de estos modelos que, de acuerdo como lo argumentan algunos autores<sup>9</sup>, justifican que los estudios basados en  $\beta$ -convergencia deban involucrar resultados de un análisis espacial de datos.

Primero, dado que la ecuación de la regresión se especifica con base en el algoritmo de OLS, el enfoque está sujeto a problemas de autocorrelación espacial de los residuales. Así, las ecuaciones de regresión en (1) y (2) deben ser especificadas por un modelo autoregresivo espacial. Cuando este problema se asocia a otros síntomas estadísticos tales como no normalidad, inestabilidad estructural, y especificación errónea (de acuerdo con Tsionas (2000)), la investigación entera llega a ser insostenible.

En segundo lugar, como Martín (2001) precisa, la aproximación de  $\beta$ -convergencia se basa en el supuesto de que el proceso subyacente de convergencia sea idéntico a través de todos los países, mientras que en realidad esto puede variar de país a país, o entre los diversos tipos o grupos de países". Esto coincide con el argumento de Quah (1996) de que las "aproximaciones basadas en regresiones de corte transversal o series de tiempo, no proporcionan un cuadro de cómo la distribución de corte transversal entera se desarrolla"<sup>10</sup>.

En tercer lugar, la  $\beta$ -convergencia en el caso de 'convergencia absoluta' (sin ninguna otra variable adicional), no es más que una correlación entre los niveles iniciales de ingresos y las tasas de crecimiento del ingreso. Un b-coeficiente de una regresión de OLS se relaciona directamente con la correlación entre dos variables. Cuando las relaciones bivariadas entre los niveles iniciales de ingresos y las tasas de crecimiento del ingreso están espacialmente agrupados, una medida global espacial bivariada de asociación espacial debe reemplazar las medidas correlación espacial tales como el coeficiente r de Pearson. Además, existe una buena razón para creer que el coeficiente de correlación promedio no se aplica al área del estudio del conjunto. Las correlaciones locales pueden ser altamente heterogéneas. En el contexto de la convergencia del ingreso, algunos países inicialmente pobres pudieron haber logrado cierto nivel de adelanto, mientras que algunos otros pudieron quedarse rezagados. Esta heterogeneidad espacial se puede abordar solamente por una medida espacial bivariada local de asociación y las técnicas relacionadas de ESDA.

### **Análisis espacial de datos exploratorio (ESDA)**

Las técnicas relacionadas con análisis espacial exploratorio de datos, sirven para extraer conclusiones acerca de la dinámica espacio temporal de variables como el ingreso, que pueden verse afectadas por fenómenos como la dependencia espacial o la heterogeneidad espacial de los países o regiones involucrados en ellos. A partir de dichos resultados, pueden llevarse a cabo posteriormente medidas correctivas en los modelos tomados en consideración, desarrollados por medio de OLS en el análisis de  $\beta$ -convergencia. De esta forma, mediante los análisis de ESDA, los resultados de los análisis de  $\beta$ -convergencia se evalúan de manera crítica, es decir, se cuestiona la relación negativa entre el nivel de ingresos inicial y la tasa de crecimiento del ingreso a través de los años.

### **Técnicas para detectar dependencia espacial**

<sup>9</sup> Lee menciona particularmente a los siguientes autores: Armstrong, 1995b; Molho, 1995; Bernat, 1996; Comisión de las Comunidades Europeas, 1997; Mencken, 1998; Buettner, 1999; Fingleton, 1999; Rey y Montouri, 1999; Pons-Novell-Novell y Viladecans-Marsal, 1999; Martín, 2001).

<sup>10</sup> La heterogeneidad espacial se puede tratar por algunas otras técnicas estadísticas espaciales multivariadas tales como método de la extensión (Casetti y Jones, 1987), función de rango ampliada (Fan y Casetti, 1994; Lopez-Bazo et al., 1999), matriz de cadena de Markov (Quah, 1993, 1996b; Fingleton, 1997, 1999; Rey, 2001; Bickenbach y presagia, 2003), y la regresión geográficamente ponderada (GWR) (entre otros, Brunson et al., 1996, 1998; Fotheringham et al., 1998, 2002).

La  $R$  de Pearson y la  $L$  de Lee (2001) son calculadas para diversos sub-periodos. La  $L$  de Lee fue desarrollada para capturar no solamente la correlación numérica, sino también la correlación espacial entre dos variables geográficas o patrones espaciales, y la ecuación está dada por:

$$L = \frac{n}{\sum_i \left( \sum_j v_{ij} \right)^2} * \frac{\sum_i \left[ \left( \sum_j v_{ij} (x_j - \bar{x}) \right) * \left( \sum_j v_{ij} (y_j - \bar{y}) \right) \right]}{\sqrt{\sum_i (x_j - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_i (y_j - \bar{y})^2}} \quad (3)$$

donde  $v_{ij}$  es un elemento en una matriz espacial general de pesos  $V$ . La autocorrelación espacial en residuales de OLS se determina y un modelo SAR (autorregresivo simultáneo), por ejemplo, se introduce para solucionar el problema de autocorrelación espacial de los errores. Los patrones espaciales que resultan de una descomposición de un modelo SAR demuestran con eficacia la necesidad de usar modelos autorregresivos espaciales cuando la autocorrelación espacial en residuales es significativa.

Por otra parte, la estadística de  $I$  de Moran mide la trayectoria de la autocorrelación espacial para los ingresos regionales en el mismo período. La significancia de la estadística de  $I$  del Moran se basa en el supuesto de normalidad.

$$I_{i,t} = \left| \frac{n}{s_o} \right| \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} x_{i,t} x_{j,t}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{i,t} x_{j,t}} \quad (4)$$

Donde  $w_{ij,t}$  es un elemento de una matriz espacial binaria de pesos  $W$  tal que  $w_{ij} = 1$  si los países  $i$  y  $j$  comparten una frontera y cero en otro caso,  $x_{i,t}$  es el logaritmo natural del ingreso per cápita real del país  $i$  en el año  $t$  (medido como una desviación del valor medio para ese año);  $n$  es el número de países; y  $s_o$  es un factor de posicionamiento igual a la suma de todos los elementos de  $W$ .

Parece, por lo tanto, que una correlación positiva entre la  $I$  de Moran global y la medida de dispersión del ingreso, se deba a una consolidación de los clusters regionales durante períodos de divergencia del ingreso, más que a clusters nuevamente formados. También parece que los países que tenían altos ingresos iniciales y estaban rodeados por países de altos ingresos, también tenían tasas de crecimiento que estaban por debajo del promedio al igual que sus vecinos.

Por último, los estadísticos mostrados aquí, sirven para probar las siguientes hipótesis estadísticas:

$H_0$ : No hay dependencia espacial en los residuos

$H_a$ : Hay dependencia espacial entre los residuos.

### Técnicas para detectar heterogeneidad espacial

Luego de determinar si hay dependencia espacial, se investiga si existe heterogeneidad espacial de la  $\beta$ -convergencia. Las técnicas bivariadas de ESDA tales como mapas de

dispersión local  $r$  y mapas de significancia local  $L^{11}$  se utilizan para explorar la variación espacial en  $\beta$ -convergencia. Los mapas de dispersión local  $r$  y de significancia local  $L$ , se basan en las estadísticas locales,  $r_i$  local y  $L_i$  local están dados respectivamente por:

$$r_i = \frac{(x_j - \bar{x}) * (y_j - \bar{y})}{\sqrt{\sum_i (x_j - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_i (y_j - \bar{y})^2}} \quad (5)$$

$$L = \frac{n}{\sum_i \left( \sum_j v_{ij} \right)^2} * \frac{\sum_i \left[ \left( \sum_j v_{ij} (x_j - \bar{x}) \right) * \left( \sum_j v_{ij} (y_j - \bar{y}) \right) \right]}{\sqrt{\sum_i (x_j - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_i (y_j - \bar{y})^2}} \quad (6)$$

donde  $v_{ij}$  es un elemento en una matriz espacial general de pesos  $V$ . Estas medidas de ESDA se utilizan para investigar si la tendencia general de una relación negativa entre los niveles iniciales de ingreso y las tasas de crecimiento del ingreso es espacialmente uniforme. La estadística local de Moran para el país  $i$  toma la siguiente forma:

$$I_{i,t} = \frac{x_i}{m_o} \sum_{j=1}^n w_{ij} x_{j,t} \quad (7)$$

con

$$m_o = \sum_i x_{i,t}^2$$

Donde  $w_{ij,t}$  es un elemento de una matriz espacial binaria de pesos  $W$  tal que  $w_{ij} = 1$  si los países  $i$  y  $j$  comparten una frontera y cero en otro caso,  $x_{i,t}$  es el logaritmo natural del ingreso per cápita real del país  $i$  en el año  $t$  (medido como una desviación del valor medio para ese año);  $n$  es el número de países.

### Análisis confirmatorio espacial de $\beta$ -convergencia (CSA)

Aquí se presentan varios modelos, los cuales se espera que una vez hecho el análisis anterior, capturen variaciones espaciales de los parámetros de regresión, así como la heterogeneidad espacial o no-estacionariedad en situaciones multi o bivariadas. Los resultados de estos modelos deben ser comparados con aquellos del análisis bivariado de ESDA.

### Modelos de dependencia espacial

Los modelos autoregresivos espaciales se usan cuando se ha detectado una correlación significativa en los residuales de OLS, a través de técnicas como la **I de Moran**.

Aquí, se presenta un modelo SAR (autoregresivo simultáneo). Después de la notación de Tiefelsdorf (2000), se escribe un modelo SAR:

$$y = X\beta + \varepsilon \quad \text{and} \quad \varepsilon = \rho V\varepsilon + \eta, \quad \text{por consiguiente} \quad (8)$$

$$y = \underbrace{X\beta}_{\text{tendencia}} + \underbrace{\rho V\varepsilon}_{\text{señal}} + \underbrace{\eta}_{\text{ruido}}$$

donde  $\varepsilon$  es el término de error correlacionado y  $\eta$  un ruido blanco aleatorio. De la ecuación (8), la varianza de una variable dependiente se descompone en tres partes, que

<sup>11</sup> Para una descripción detallada sobre las técnicas, véase Lee, 2001 y 2009b

Haining (2003) ha llamado respectivamente tendencia, señal, y ruido. Si no hay autocorrelación espacial,  $r$ , el coeficiente espacial de autocorrelación, será cero, así, la varianza de una variable dependiente se descompone en vectores de valores predichos y de errores no correlacionados

$$y = X\beta + \rho Vy - \rho VX\beta + \eta \quad (9)$$

De acuerdo con Tiefelsdorf (2000), esta ecuación se puede descomponer de la siguiente manera: (i) las influencias espaciales independientes del componente exógeno  $X\beta$ ; (ii) las observaciones endógenas espacialmente dependientes  $\rho Vy$ ; (iii) los valores espaciales de la tendencia  $\rho VX\beta$ ; (iv) disturbios independientes  $\eta$ . Además, según Tiefelsdorf (2000) la matriz de varianza-covarianza entre los términos del error puede ser escrita como  $\Omega(\rho)$ .

Lo que hace un modelo SAR es descomponer los residuales en errores espaciales autocorrelacionados (señal) y no-autocorrelacionados (ruido).

Eliminando las partes espacialmente autocorrelacionadas de los residuales, el mapa de ruido exhibe pocas veces autocorrelación espacial. Un resultado crucial es que generalmente el método SAR modela valores  $t$  perceptiblemente más bajos que los coeficientes  $\beta$ .

Esto implica, como Bailey y Gatrell (1995) indican, que los modelos de OLS tienden a inflar la significancia de los coeficientes de la regresión en presencia de dependencia espacial.

### ***Spatial Error Model.***

En la mayoría de los usos del modelo de Baumol un supuesto implícito es que los términos del error de diversos estados son independientes:

$$E(\varepsilon_t \varepsilon_t') = \sigma_t^2 I \quad (10)$$

Esta especificación es relevante cuando la dependencia trabaja con el proceso en que los errores de diferentes países pueden exhibir covarianza espacial. Usando la notación vectorial el término de error sería expresado como:

$$\varepsilon_t = \zeta W \varepsilon_t + u_t \quad (11)$$

$$\varepsilon_t = bI - \zeta W g^{-1} u_t$$

donde  $\zeta$  es un escalar coeficiente del error espacial y  $u \sim N(0, \sigma^2 I)$ . En este caso el término original del error tiene la siguiente matriz no-esférica de covarianza:

$$E(\varepsilon_t \varepsilon_t') = bI - \zeta W g^{-1} \sigma^2 bI - (\zeta W g^{-1})' \quad (12)$$

Al igual que bien sabido, el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios (OLS) en la presencia de errores no esféricos daría estimaciones insesgadas para el parámetro de convergencia (y el intercepto), pero un estimado de la varianza sesgado. En lugar, las inferencias sobre el proceso de convergencia se deben basar en el modelo estimado de error espacial hecho por la vía del método de máxima verosimilitud o el método general de momentos.

Desde una perspectiva espacial de proceso, el error de especificación espacial tiene una interpretación interesante cuando se aplica a la hipótesis de convergencia. Esto se puede ver reemplazando (11) en (9):

$$\ln \left[ \frac{y_t}{y_0} \right] = \alpha + \beta \ln(y_0) + bI - \zeta W g^{-1} u_t \quad (13)$$

A partir de (8) es evidente que un choque aleatorio introducido en un país específico afectará no solamente la tasa de crecimiento en ese país, sino a través de la transformación espacial  $bI - \zeta Wg^{-1}$  afectará las tasas de crecimiento de otros países. Por otra parte, mientras que cualquier país tiene un número limitado de vecinos, como es expresado por la dispersión de la matriz de pesos espaciales, el operador inverso en la transformación define la estructura de covarianza del error que difunde choques regionales específicos no solamente a los vecinos de ese país, sino a través del sistema.

### *Spatial Lag Model.*

La dependencia espacial puede adquirir también varias formas substantivas que pueden ser relevantes en la hipótesis de la convergencia. La primera forma de dependencia substantiva que consideramos se incorpora en la especificación incondicional a través de un rezago espacial:

$$\ln \left[ \frac{y_t}{y_0} \right] = \alpha + \beta \ln(y_0) + \rho W \ln \left[ \frac{y_t}{y_0} \right] + \varepsilon_t \quad (14)$$

donde  $\rho$  es el parámetro escalar espacial autoregresivo y todos los otros términos están según lo definido previamente. Esta especificación, de acuerdo con Anselín y Bera (1997), se puede interpretar de varias maneras. Desde una perspectiva de filtrado, de acuerdo con Getis (1995), el foco está en la naturaleza de la relación de convergencia después de que el efecto espacial haya sido controlado por:

$$bI - \rho Wg \ln \left[ \frac{y_t}{y_0} \right] = \alpha + \beta \ln(y_0) + \varepsilon_t \quad (15)$$

Alternativamente, cuando el interés se centra en la dependencia espacial de la variable dependiente, la cuestión que surge es como la tasa de crecimiento de un país puede relacionarse con las de los países circundantes después de condicionar en los niveles iniciales de ingreso. Esta perspectiva es importante porque trata la cuestión de si los indicadores de dependencia espacial en las tasas de crecimiento, reportadas en las pruebas univariadas de dependencia espacial de la sección anterior, pueden ser un artefacto del proceso de convergencia de los ingresos iniciales que estaban autocorrelacionados espacialmente. Finalmente, desde la perspectiva de los procesos generadores de datos (D.G.P) para la especificación del rezago, el valor predicho de las tasas de crecimiento del ingreso puede ser expresado como sigue:

$$E \left( \ln \left[ \frac{y_t}{y_0} \right] \right) = E \left[ bI - \rho Wg^{-1} \alpha + \beta \ln(y_0) \right] + E \left[ bI - \rho Wg^{-1} \varepsilon_t \right] \quad (16)$$

Esto revela cómo el valor esperado de la tasa de crecimiento del ingreso de cada país se relaciona no solamente con su propio nivel inicial de ingreso, sino con los de otros países también. Mientras que el valor esperado del término de error es 0, una realización diferente de cero de un choque para un estado particular afectará no solamente a ese país sino, con la transformación espacial, también afectará a otros países (de la misma manera que el modelo del error).

Aplicar OLS a la especificación del rezago, da resultados inconsistentes debido a la simultaneidad introducida a través del rezago espacial. En lugar de eso, se ha sugerido un número de estimadores alternativos basados en máxima verosimilitud y variables instrumentales, de acuerdo con Anselin (1988).

### ***Spatial Cross-Regressive Model.***

Una segunda posibilidad de tratar con efectos espaciales de spill-over sustanciales, es el modelo de corte transversal en el cual el rezago espacial de los ingresos per cápita iniciales se agrega a la especificación original:

$$\ln \left[ \frac{y_t}{y_0} \right] = \alpha + \beta \ln(y_0) + \tau W \ln(y_0) + \varepsilon_t \quad (17)$$

En contraste con el modelo rezagado, donde la dependencia espacial en la variación omitida por el modelo no condicional se refleja en las tasas de crecimiento del ingreso per cápita sobre el período en consideración, en el modelo regresivo la dependencia espacial restante se debe a los niveles de ingreso inicial. Porque la última variable y su rezago espacial son exógenos, la estimación del modelo de corte transversal puede basarse en OLS. De esta forma, la omisión errónea del término regresivo de rezago conduciría a errores espacialmente autocorrelacionados. Puesto que cada uno de estos tres modelos espaciales de convergencia del ingreso tienen diversas interpretaciones para la naturaleza del proceso de convergencia, llega a ser importante distinguir entre estos tres así como el modelo de convergencia espacial original de (9).

### **Modelos de heterogeneidad espacial /Regresión geográficamente ponderada (GWR)**

Esta aproximación es una combinación Mínimos Cuadrados Ponderados (WLS) con regresión de kernel (Schimek 2000).<sup>12</sup> GWR es diferente de cualquier modelo autorregresivo espacial porque produce un conjunto de estimaciones localizadas. Fotheringham et al. (1998) afirman que "mirar una estimación del modelo de GWR da una cierta noción de cómo los efectos localizados afectan los coeficientes unidos a las variables específicas".

En la regresión de OLS, los parámetros de la regresión en la  $i$ -ésima locación se estiman por:

$$b = (X'X)^{-1} X'y \quad (18)$$

En el GWR, se dan:

$$b_i = (X'W_iX)^{-1} X'W_iy \quad (19)$$

donde  $W_i$  es una matriz diagonal de pesos espaciales  $n \times n$ , la cual es una matriz compuesta de entradas en la  $i$ -ésima fila en la correspondiente matriz espacial global de pesos. Una matriz espacial global de pesos para GWR es

$$w_{ij} = \begin{cases} \{1 - (d_{ij} / h)^2\}^2 & \text{si } d_{ij} < h \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (20)$$

donde  $d_{ij}$  es una distancia entre los objetos espaciales, y  $h$  es la anchura o rango fuera de la cual la autocorrelación espacial no existe. Para determinar  $h$ , puede ser utilizado un algoritmo de estimación cruzada.

Adicionalmente, se puede decir que otra manera de investigar heterogeneidad espacial en los parámetros estadísticos es especificar un modelo de regresión geográficamente ponderado (GWR). No obstante, en comparación con los mapas de dispersión Local- $r$  y

---

<sup>12</sup> Sin embargo, *GWR* difiere de *WLS* en el sentido que una matriz de pesos en *WLS* es constante a través de observaciones, y es diferente de la regresión de kernel, en el sentido de que la matriz de pesos en *GWR* está basada en la proximidad espacial, más que en la similitud numérica

Local-L, GWR parece proporcionar menos información. Esto sugiere que GWR pueda desempeñarse mejor en una situación multivariada, que en una situación bivariada (Lee 2001). Así, GWR es más conveniente para examinar casos de convergencia condicional.

## RESULTADOS DEL ANALISIS DE DATOS DE PANEL

Como lo menciona Islam (1995), un aspecto relevante a tener en cuenta en la estimación es si los efectos individuales deben ser determinados como "fijos" o "al azar". En el último caso los efectos se asumen no correlacionados con las variables exógenas incluidas en el modelo. En los estudios empíricos sobre convergencia, está claro que los estimadores se apoyan en tales supuestos porque es precisamente el hecho de correlación lo que forma la base de la argumentación para la aproximación de panel. Por otra parte, el estimador de Mínimos Cuadrados con Variables Dummy (LSDV) el cual está basado en el supuesto de efectos fijos sigue siendo usado en estudios empíricos, aunque este supuesto puede parecer demasiado fuerte (Islam (2000)). Un problema con LSDV, surge de su carácter dinámico.

La presencia de una variable dependiente rezagada en el lado derecho de la ecuación (12) del apartado 2.5.2 hace que el estimador de LSDV sea inconsistente asintóticamente, cuando  $N \rightarrow \infty$ . Sin embargo, las características asintóticas de los estimadores de datos de panel se pueden considerar en la dirección de  $T$ , y Amemiya (1967) ha demostrado que cuando se considera en esa dirección, LSDV demuestra ser consistente y asintóticamente equivalente al estimador de Máxima Verosimilitud (MLE)<sup>13</sup>.

Por otra parte, el estimador de Distancia Mínima (MD) propuesto por Chamberlain (1982, 1983) fue especialmente diseñado para los modelos donde los efectos individuales se correlacionan con las variables exógenas incluidas. El estimador de MD tiene la propiedad atractiva adicional de que es robusto a cualquier presencia de correlación serial en el término  $v_{it}$ .

De acuerdo con Yudong y Weeks (2000) al revisar el trabajo de CEL(1996), el estimador de GMM desarrollado por Blundell y Bond (1998) representa una significativa mejoría sobre el estimador de primera diferencia de GMM propuesto por Caselli Esquivel y Lefort (1996) (después por CEL). Dado que el logaritmo natural del GDP per cápita (o los promedios de cinco años del logaritmo del GDP per cápita), es una variable persistente, existen correlaciones débiles entre la tasa de crecimiento del logaritmo del GDP per cápita y los niveles rezagados de esta variable. Este resultado es conocido como el problema de los instrumentos débiles en el contexto del estimador GMM de primera diferencia. Blundell y Bond (1998) demostraron que este problema puede derivar en sesgos cuando se usa dicho estimador para estimar modelos autorregresivos para series moderadamente persistentes de panels relativamente pequeños.

Esencialmente, el estimador del sistema GMM representa el uso de primeras diferencias rezagadas como instrumentos para las ecuaciones en niveles, en adición a los usuales niveles rezagados usados como instrumentos para las ecuaciones en primeras diferencias. En suma, el desempeño en muestras finitas, del sistema GMM puede ser probado por la identificación de un rango de estimación para la velocidad de convergencia provista por el estimador de OLS<sup>14</sup>.

---

<sup>13</sup> Islam (2000).

<sup>14</sup> Yudong y Weeks (2000).

Como una manera de corregir este sesgo, Blundell y Bond (1998) notaron que si las condiciones iniciales  $y_{i,1}$  satisfacen la restricción estacionaria  $E[\Delta y_{i2} \mu_i] = 0$ , entonces los valores rezagados de  $\Delta y_{i,t-s}$  tanto como  $\Delta x_{i,t-s}$  están disponibles como instrumentos para las ecuaciones de nivel. El estimador resultante del sistema GMM, combinando ecuaciones en niveles con ecuaciones en primeras diferencias, presenta una mejoría en la eficiencia asintótica y en las propiedades de muestra finita, relativas al estimador GMM de la primera diferencia. Ambos conjuntos de las condiciones de momentos pueden ser explotadas como un estimador lineal GMM en un contexto de sistema.

Por su parte, el método de Variables Instrumentales de Anderson y Hsiao (1981), da resultados consistentes incluso en la presencia de errores de medida si se toma un número suficiente de rezagos en los instrumentos tomados. Sin embargo, Shioji (1997) encontró que este método es ineficiente frente al método GMM, haciendo que las pruebas de significancia tiendan a no rechazar la hipótesis nula. El problema que Shioji (1997) encuentra al método GMM, es que el número de instrumentos necesarios se incrementa cuando crecen  $N$  o  $T$ .

Por último, los métodos de máxima verosimilitud y covarianzas dan estimaciones consistentes de los parámetros cuando  $N$  y  $T$  tienden a infinito. Sin embargo, de acuerdo con Hsiao (1986) si  $T$  está fijo, los estimadores serán inconsistentes y el estimador de  $\beta$  será sesgado. Esa inconsistencia surge a partir de la eliminación de los efectos fijos.

## Resultados

Para llevar a cabo la estimación usando datos de panel, se privilegió el uso del método de Variables Instrumentales, puesto que dicho método arroja estimadores que se comportan como los de MV (Máxima Verosimilitud) independientemente de las condiciones de los valores iniciales (si  $y_{i,0}$  está correlacionado o no con  $\eta_i$ ), a la vez que es un método sencillo de estimación. La característica principal de este método es que  $\hat{\gamma}$ ,  $\hat{\theta}'$ ,  $\sigma_v^2$  son consistentes cuando  $N$  o  $T$  tienden a infinito

$$y_{i,t} = \gamma y_{i,t-1} + \theta' x_{i,t} + \eta_t + \mu_i + v_{i,t} \quad \text{o bien} \quad y_{i,t} = \gamma y_{i,t-1} + \theta' x_{i,t} + a + v_{i,t} \quad \text{donde}$$

$$a = (1 - \zeta) \ln A(0) + g(t_2 - \zeta t_1) = \eta_t + \mu_i$$

Además, esta propiedad de consistencia se mantiene si se trata de un modelo de efectos fijos o aleatorios.

En nuestro caso, siguiendo a Islam (1995) se asumieron efectos fijos. Las variables consideradas fueron las siguientes:

- $x_{i,t} = (\ln(s_{i,t}) - \ln(n_{i,t} + g + \delta))$ , donde  $s_{i,t}$  es la tasa de ahorro promedio (como porcentaje del GDP) del país  $i$  durante el periodo  $t$ ;  $n_{i,t}$  es la tasa de crecimiento anual de la fuerza laboral para el país  $i$  en promedio para el periodo  $t$ , y  $g + \delta$  se considera constante e igual a 0,05 siguiendo también a Islam.
- $y_{i,t}$  es el ingreso per cápita promedio del país  $i$  durante el periodo  $t$ .

Los periodos considerados, corresponden al promedio de las décadas de 1970, 1980, 1990 y 2000.

Ahora bien, el procedimiento utilizado fue el siguiente:

1. Se transforma el modelo original utilizando primeras diferencias:

$$y_{i,t} - y_{i,t-1} = \gamma(y_{i,t-1} - y_{i,t-2}) + \theta(x_{i,t} - x_{i,t-1}) + (v_{i,t} - v_{i,t-1})$$

y se estiman  $\gamma$  y  $\theta$  usando  $y_{i,t-2}$  o  $(y_{i,t-2} - y_{i,t-3})$  como instrumentos, teniendo en cuenta que  $\Delta y_{i,t-2}$  está correlacionado con  $\Delta y_{i,t-1}$  y no lo está con  $\Delta u_{i,t}$ . Alternativamente se puede usar  $y_{i,t-2}$

2. Se obtiene  $a$  así

$$\bar{y}_i - \hat{\gamma}_{IV} \bar{y}_{i,t-1} - \hat{\theta}'_{IV} \bar{x}_{i,t} = T_i + \eta_i + \bar{v}_{i,t} = \hat{a}_i$$

Los resultados obtenidos de este procedimiento se reflejan en el cuadro que se muestra a continuación<sup>15</sup>. Cabe mencionar que la variable que se usó como instrumento en este caso fue  $\Delta y_{i,t-2}$ , puesto que en comparación con  $y_{i,t-2}$  estaba más correlacionada con la variable instrumental  $\Delta y_{i,t-1}$  y menos con los errores resultantes de la estimación de Variables Instrumentales del modelo correspondiente:

**Para el caso condicional:**

Variable	Parameter		Standard		R <sup>2</sup> ajustado: 0.1805
	Estimate	Error	t Value	Pr >  t	
$\Delta \hat{y}_{i,t-1}$	0.71748	0.29332	2.45	0.0229	
$\Delta x_{i,t}$	0.04733	0.04004	1.18	0.2498	

En este caso, la variable endógena es significativa mientras que la variable exógena no. No obstante, el coeficiente de la primera de dichas variables es <1, lo que es un indicio de un proceso de convergencia

Otro aspecto importante, es que a medida que la muestra se reduce los resultados son se mantienen, es decir, son robustos, como se verá más adelante. Se efectuaron pruebas de autocorrelación y heteroscedasticidad en los residuos y en todos los casos, no se detectaron problemas.

**Para el caso no condicional:**

Variable	Parameter		Standard		R <sup>2</sup> ajustado: 0.1664
	Estimate	Error	t Value	Pr >  t	
$\Delta \hat{y}_{i,t-1}$	0.71178	0.29581	2.41	0.0246	

Cabe mencionar que la variable que se usó como instrumento en este caso fue  $\Delta y_{i,t-2}$ .

En este caso, también se puede decir que hay un proceso de convergencia.

Ahora, se eliminan 5 países: Haití, Nicaragua, Honduras Guyana y Barbados, los cuales también se habían eliminado en el análisis de corte transversal, con el fin de que el grupo de países involucrado en el análisis, fuera más homogéneo.

**Para el caso condicional:**

Variable	Parameter		Standard		R <sup>2</sup> ajustado: 0.3740
	Estimate	Error	t Value	Pr >  t	
$\Delta \hat{y}_{i,t-1}$	0.93550	0.26779	3.49	0.0028	

<sup>15</sup> Los países considerados inicialmente fueron: Haití, Nicaragua, Honduras, Guyana, Bolivia, Ecuador, Paraguay, Guatemala, Colombia, Perú, El Salvador, Surinam, República Dominicana, Belice, Brasil, Panamá, Costa Rica, Venezuela, Chile, Uruguay, México, Argentina, Trinidad and Tobago, Barbados.

$$\Delta x_{i,t} \quad 0.02934 \quad 0.05061 \quad 0.58 \quad 0.5697$$

En este caso, la velocidad de convergencia  $(1-\gamma)$  se reduce, con respecto a lo que se observaba cuando se hacían las estimaciones con el grupo de países completo. No obstante, sigue habiendo convergencia.

**Para el caso no condicional:**

Variable	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr >  t	R <sup>2</sup> ajustado: 0.3971
$\Delta \hat{y}_{i,t-1}$	0.95687	0.26030	3.68	0.0017	

En este caso, los resultados son muy parecidos a los del modelo inmediatamente anterior. Hay un proceso de convergencia. Finalmente, se puede concluir que, luego de eliminar los efectos regionales individuales (y espaciales) a través de la especificación de modelos de datos panel, se puede decir que en la región comprendida por Latinoamérica y el Caribe, ha habido un proceso de convergencia desde 1980 aproximadamente. Por otro lado, aunque el mayor problema del método de estimación empleado aquí hubiera podido ser la ineficiencia de los estimadores, en todos los casos, los coeficientes de la variable endógena resultaron ser significativos. A esto se añade el hecho de que los resultados son robustos, y parecen no ser muy sensibles al tamaño de la muestra usado (si bien, se fijó el número de periodos). Cabe mencionar que con base en las pruebas de heteroscedasticidad (White y Breush Pagan) no se detectaron problemas de este tipo.

**EL MODELO DEL ANALISIS ESPACIAL DE DATOS (Data Envelopment Analysis).<sup>16</sup>**

El objetivo principal de esta aproximación es aplicar las nociones de convergencia más populares de la literatura sobre crecimiento económico, a través un modelo DEA (Data Envelopment Analysis) que se adecúe lo más posible a tales nociones. Se toma como referencia el grupo de países latinoamericanos, puesto que estos presentan, en principio, grados similares de desarrollo tecnológico y económico.

Algunos análisis fueron hechos anteriormente, como aquellos que tienen que ver con convergencia beta absoluta y condicional, la cual plantea básicamente que para que haya convergencia entre un grupo de países, debe haber una relación negativa entre su nivel inicial de ingreso per cápita (medido a través de su GDP per cápita) y su tasa de crecimiento, es decir que para haya convergencia los países “ricos” deben crecer a una tasa menor que los “pobres”, de forma que a largo plazo estos últimos tengan un nivel de ingresos similar a los primeros. Sin embargo, la mayoría de pruebas paramétricas y no paramétricas desarrolladas hasta el momento, parten del supuesto de que un grupo de países converge o no con la posibilidad de que haya clubes dentro de éste, pero no identifican qué países pertenecen a tales clubes. Así, una debilidad de los estudios que se han llevado a cabo hasta el momento, es que muchos de estos dicen si hay convergencia o no sin mostrar que hay países que por su alto grado de discordancia con el resto del grupo afectan de manera contundente dichos resultados, lo que se ve en el trabajo de Suárez (2003), de Utrera( 2001) en el que se aplican cadenas de Markov Discretas y de Dewhurst

<sup>16</sup> Basado en el trabajo Análisis del crecimiento económico de los países latinoamericanos utilizando Data Envelopment Analysis, presentado como proyecto final en la clase de DEA de la Maestría de Ingeniería Industrial de la Universidad de los Andes de Bogotá. II semestre 2010.

(1996), quien desarrolla un método estadístico multivariado conocido como la Matriz de Estabilidad.

La metodología de DEA, puede proporcionar ventajas como la posibilidad de identificar cuales países tendrán un ingreso per cápita futuro similar, a la vez de establecer un ranking de países de acuerdo a su nivel desarrollo económico. También este enfoque brinda la posibilidad de introducir otras variables que puedan condicionar la relación básica entre el ingreso al comienzo y al final de un periodo como evidencia de un procesos de convergencia.

La aproximación presentada aquí, se basa en el trabajo de Banker y Morey (1986) quienes desarrollan un modelo DEA para variables categóricas, al igual que en el concepto de convergencia  $\beta$  absoluta, el cual ha sido trabajado anteriormente.

Así, lo que se busca es medir el nivel de desempeño de cada país con respecto a dos variables que serán las salidas: Ingreso Inicial per cápita en logaritmo natural y la tasa de crecimiento del ingreso per cápita.

Como debe recordarse, la  $\beta$ -convergencia, toma la forma de la siguiente regresión:

$$\ln\left[\frac{y_t}{y_0}\right] = \alpha - \beta \ln(y_0) + \varepsilon_t$$

donde la variable dependiente es la tasa de crecimiento del ingreso, y la variable independiente es el ingreso inicial per cápita. Ahora bien, habrá convergencia en la medida en que estas dos variables estén correlacionadas negativamente.

Esto último se tradujo a DEA, llevando estas dos variables a ser salidas (outputs) de suerte que cada categoría implica un nivel de desarrollo de suerte que las economías que se encuentra en la frontera de una categoría dada, puedan tener a corto plazo niveles relativamente cercanos de desarrollo por cuanto sus niveles de ingreso per cápita inicial pueden ser compensados por la tasa de crecimiento del periodo observado, cumpliéndose la condición dada por la hipótesis de convergencia.

En el modelo DEA una manera general de manejar variables categóricas debe interpretar los diferentes atributos o estados como diferentes tipos de entradas o salidas reconociendo la necesidad de variables homogéneas dentro de las DMUs<sup>17</sup>. La idea principal de un modelo DEA en presencia de una variable categórica, es que las DMUs (Decision Making Units) que gozan de una alta ventaja en su desempeño en virtud de su valor en dicha variable categórica no pueden ser tomadas como punto de referencia para las DMUs menos aventajadas en esa variable. Sin embargo, una DMU menos aventajada en la variable categórica puede ser tomada como referencia para las DMU que son más aventajadas en esa variable.

Esta idea fue operacionalizada por Banker y Morey (1986) utilizando un modelo de programación entera. Se asume que hay  $N$  DMUs ( $j = 1 \dots N$ ) usando  $m$  entradas para asegurar  $s$  salidas y que su desempeño es afectado por alguna variable categórica. Se denota  $x_{ij}$  y  $y_{rj}$  el nivel de la  $i$ -ésima entrada y la  $r$ -ésima salida respectivamente, observadas para la DMU  $j$ . Ahora se asume que en la base de la variable categórica las DMUs pueden ser subdivididas en subconjuntos mutuamente excluyentes y exhaustivos  $S_1, S_2, S_3 \dots S_K$ , en tanto que las DMUs en el subconjunto  $i$  gozan de una ventaja de productividad sobre las DMU de los subconjuntos precedentes  $1, 2, \dots, i-k$ . Entonces la eficiencia técnica de

---

<sup>17</sup> Førsund (2002).

salida de la DMU  $j_0 \in S_b$ ,  $l \leq K$  es  $b^*_0$ , donde  $b^*_0$  es el valor óptimo de  $b_0$  en el siguiente modelo.

$$\begin{aligned}
 & \text{Max } h_{j_0} \\
 & \text{s.a.} \\
 & \sum_{j \in S_1 \cup S_2 \cup S_3 \cup \dots \cup S_l} \lambda_j x_{ij} \leq x_{ij0} \quad i = 1 \dots m \\
 & \sum_{j \in S_1 \cup S_2 \cup S_3 \cup \dots \cup S_l} \lambda_j y_{rj} \geq h_{j_0} y_{rj0} \quad r = 1 \dots s \\
 & \sum_{j \in S_1 \cup S_2 \cup S_3 \cup \dots \cup S_l} \lambda_j = 1 \\
 & \lambda_j \geq 0, \quad j \in S_l, \quad h_{j_0} \text{ es libre}
 \end{aligned}$$

Donde hay  $k$  categorías a las que pueden pertenecer las DMU (en este caso los países), las cuales son  $S_1, S_2, S_3, \dots, S_K$ , en orden de “peor” a “mejor” categoría. De esta manera, en la evaluación sólo entran las DMU de la misma categoría (de la DMU  $j$ ) o de categorías más desfavorables.

Este modelo admite únicamente a las DMUs que no gozan de mejores ventajas en la variable categórica que la DMU  $j_0$  con sus mismas características como las de sus homólogos (peers) eficientes. Así, si la DMU  $j_0$  es identificada como Pareto-ineficiente no puede ser tenida en cuenta a causa del valor que tiene en la variable categórica.

El modelo mostrado aquí no admite compensaciones entre la ventaja sobre el nivel de desempeño que la variable categórica otorga a una DMU y el resto de las variables de entrada o salida incluidas dentro de la evaluación. El efecto de esto es que mientras una DMU resulta ser relativamente ineficiente, no se puede culpar el valor que ella tiene en la variable categórica. De lo contrario, algunas DMUs pueden parecer artificialmente más eficientes de lo que ellas realmente son. Por ejemplo si los grupos de DMUs menos aventajadas en desempeño están escasamente poblados, entonces sus DMUs pueden parecer más eficientes de lo justo, simplemente por la falta de puntos de comparación apropiados.

La aproximación precedente para manejar variables categóricas dentro de DEA es aplicable cuando la DMU no tiene control sobre el valor de la variable categórica en su caso. Es posible que la DMU tenga algún control sobre el valor de su variable categórica.

## Resultados

Para comenzar, se consideraron dos variables de salida únicamente: El ingreso inicial per cápita (del año 1980) y el ingreso final per cápita (2009), dentro de un modelo envolvente orientado a salidas. Esta configuración se hizo teniendo en cuenta el principio de *isotonidad*, de acuerdo al cual sería “más deseable” tener más de ambas salidas, y los óptimos de Pareto serán aquellos países que tengan el nivel de desarrollo (desempeño) esperado más elevado dentro del conjunto de países analizados, pero similar entre ellos.

Posteriormente, se busca otro nivel de desarrollo económico (o categoría) eliminando del conjunto de datos, los óptimos de Pareto precedentes y buscando otros nuevos, hasta que

las DMU se agoten luego de iteraciones sucesivas. Este procedimiento tiene en cuenta que para el análisis de DMUs en categorías, se analizan solamente unidades de la misma categoría y de categorías inferiores, aunque aquí las categorías no sean preestablecidas.

De esta forma, se corrió un modelo DEA, con dos outputs: Ingreso Inicial per cápita e Ingreso Final per cápita (ambos en logaritmos naturales), asumiendo desde el comienzo una relación inversa entre estos dos (que corresponde a la hipótesis de convergencia) con el fin de que un país que se encuentre en la frontera Pareto–Eficiente esté allí bien porque su nivel ingreso al final de cierto periodo comprendido en esta ocasión por un número de años (una década), compensa a través del crecimiento de dicha variable, los niveles de ingreso al comienzo de dicho periodo. Este modelo se corrió asumiendo retornos variables a escala VRS<sup>18</sup>. Dicho modelo tenía la siguiente especificación

$$\begin{aligned} & \text{Max } h_{j_0} \\ & \text{s.a.} \\ & \sum_{j \in S_1 \cup S_2 \cup S_3 \cup \dots \cup S_l} \lambda_j y_{rj} \geq h_{j_0} y_{rj_0} \quad r = 1 \dots s \\ & \sum_{j \in S_1 \cup S_2 \cup S_3 \cup \dots \cup S_l} \lambda_j = 1 \\ & \lambda_j \geq 0, \quad j \in S_l, \quad h_{j_0} \text{ es libre} \end{aligned}$$

Luego, varios modelos se corrieron sucesivamente, eliminando los países que habían estado anteriormente en la frontera (es decir, las DMU Pareto Eficientes), de manera que cada frontera establecida en cada modelo, correspondiera a una categoría (o nivel de ingresos) donde se espera que en el corto y mediano plazo los países que pertenecen a ella tengan un nivel de ingresos per cápita muy similar, lo cual se confirmó posteriormente haciendo un análisis de clusters para la serie proyectada diez años con base en la tasa de crecimiento promedio del ingreso per cápita observada en los últimos veinte años.

En total se corrieron 17 modelos con las especificaciones mencionadas que arrojaron las siguientes categorías, que se pueden asumir como niveles de desarrollo económico, las cuales van desde el mejor nivel de desarrollo posible dentro del grupo de países hasta el peor:

1. Bahamas, Puerto Rico, 2. Antigua y Barbuda, Barbados, 3. Argentina, Trinidad and Tobago, 4. Cuba, St. Kitts and Nevis, 5. México, 6. Uruguay, 7. Chile, Venezuela, 8. Brasil, St. Lucía, Costa Rica, 9. Panamá, Dominica, 10. Belice, Jamaica, St. Vicente and las Granadinas, 11. República Dominicana, Surinam, 12. Perú, Colombia, 13. El Salvador, 14. Guatemala, Paraguay, 15. Ecuador, 16. Bolivia, Honduras, 17. Guyana, Nicaragua, 18. Haití.

Un hecho interesante es que este ranking no corresponde exactamente al resultado de ordenar los datos por alguna de las variables incluidas como outputs en el modelo. Además, al hacer un análisis de cluster para el GDP per cápita del 2010 resulta el dendograma que se encuentra en el Apéndice (Gráfico 1) con el que hay ciertas similitudes<sup>19</sup>.

Una posibilidad interesante para estudios posteriores podría ser incluir pesos (ponderaciones) en el modelo para las variables involucradas, o incluir otras variables para transformar el modelo a uno de convergencia  $\beta$  no condicional.

<sup>18</sup> Corriendo un modelo con retornos constantes a escala (CRS), se obtienen resultados muy similares.

<sup>19</sup> Se hizo utilizando el método de Ward en el programa SAS. Las proyecciones se hicieron tomando en cuenta la tasa crecimiento promedio de los diez últimos años (para cada país), hasta el 2009.

## CONCLUSIONES

Se estimaron modelos con datos panel, con el fin de controlar los efectos regionales individuales de manera que emergiera con más claridad la relación entre las variables económicas observadas que se incluyen dentro del modelo. La relevancia de estos modelos radica principalmente en que al combinar series de tiempo con datos de corte transversal, darnos una idea de la relación de las variables a través del tiempo. Los resultados muestran que hay convergencia para todos los países de la región, una vez se han controlado los efectos regionales individuales, es decir, la heterogeneidad en los niveles iniciales de tecnología.

Finalmente, a través de la implementación de un modelo DEA de variables categóricas (nivel de desarrollo), se encontraron países que a corto y mediano plazo podrían llegar a tener niveles de GDP per cápita muy similares. En total, se encontraron 18 niveles, los cuales fueron:

1. Bahamas, Puerto Rico; 2. Antigua y Barbuda, Barbados; 3. Argentina, Trinidad and Tobago; 4. Cuba, St. Kitts and Nevis; 5. México; 6. Uruguay; 7. Chile, Venezuela; 8. Brasil, St. Lucía, Costa Rica; 9. Panamá, Dominica; 10. Belice, Jamaica, St. Vincente and las Granadinas; 11. República Dominicana, Surinam; 12. Perú, Colombia; 13. El Salvador; 14. Guatemala, Paraguay; 15 Ecuador; 16. Bolivia, Honduras; 17 Guyana, Nicaragua; 18. Haití.

Por demás, sería interesante analizar problemas de dependencia y heterogeneidad espacial en una próxima ocasión. La razón por la cual en este trabajo no se llevó a cabo dicho análisis fue porque no se disponía del software adecuado.

## BIBLIOGRAFIA

- Chamberlain (1984). “*Panel Data*”, en “*Handbook of Econometrics*”, Vol.II.
- Hsiao (1986). “*Analysis of panel data*”. Cambridge University Press.
- Islam (1995). “*Growth empirics: A panel data approach*”, Quarterly Journal of Economics, 110(443): 1127-1170.
- Lee, Sang Il (2001). “*Developing a bivariate spatial association measure: an integration of Pearson’s  $r$  and Moran’s  $I$* ”, Journal of Geographical Systems, 3(4),369-385.
- Lee, Sang Il (2002). “*Spatial Association Measures for an ESDA-GIS Framework: Developments, Significance Tests, and Applications to Spatiotemporal Income Dynamics of U.S. Labor Market Areas*”, 1969-1999, Ph.D. Thesis, The Ohio State University.
- Lee, Sang Il (2004a). “*A generalized significance testing method for global measures of spatial association: an extension of the Mantel test*”, Environment and Planning A ,36, in press.
- Lee, Sang Il (2004b). “*Exploring the bivariate spatial dependence and heterogeneity: a local bivariate spatial association measure for exploratory spatial data analysis (ESDA)*”. International Journal of Geographical Information Science.
- Lee, Sang Il (2004c). “*Spatial data analysis for the US Income Convergence, 1969-1999: A critical appraisal of B-convergence*”. Journal of the Korean Urban Geographical Society, Vol.39, No.2, 212-228.

- Lee, Sang Il (2001). “*Developing a bivariate spatial association measure: an integration of Pearson’s  $r$  and Moran’s  $I$* ”, *Journal of Geographical Systems*, 3(4), 369-385.
- Lee, Sang Il (2002). “*Spatial Association Measures for an ESDA-GIS Framework: Developments, Significance Tests, and Applications to Spatiotemporal Income Dynamics of U.S. Labor Market Areas*”, 1969-1999, Ph.D. Thesis, The Ohio State University.
- Lee and Smith (1997): “*Growth empirics: a panel data approach. A comment*”, *Quarterly Journal of Economics*, 1997.
- Yudong and Weeks (2000). “*Provincial income convergence in China, 1953-1997: a panel data approach*”.